研究調査報告　第 408 集

中学校数学科における問題解決能力向上のための授業づくりに関する研究

― フィードバックに重点をおいて ―

2019／3

四日市市教育委員会　教育支援課

は じ め に

本市では，新学習指導要領の本格実施を間近に控え，これまで「特別の教科道徳」小学校の英語科やプログラミング教育などについて先行的に取り組んできました。また，知識・技能を実生活で活用するとともに，他者と協働しながら問題を解決していく主体的・能動的な能力として「社会人になっても通用する問題解決能力」を位置づけ，その養成を図ることを教育ビジョンの中で掲げています。

そして，「問題解決能力向上のための授業づくりガイドブック」「ガイドブック２」を発行し，子どもの思考過程を「５つのプロセス」で表した「四日市モデル」の考え方を取り入れた授業改善を進めてきました。

一方，本市の課題である不登校に対しては，不登校リスク群及び不登校の児童生徒の状況，情報を共有し，支援の方法を検討し，それを計画・実行に移しているところです。その成果もあり，小・中学校における不登校生徒発生率については，平成２９年度は減少傾向を示しました。

そうした本市の現況を鑑み，本年度は，３つの課題研究に取り組みました。１つ目は，小学校道徳科において意見や議論を可視化させながら考え議論する道徳の授業を展開することが，多面的・多角的な思考を促すとともに，道徳的価値「相互理解，寛容」の理解を深めることにつながるかを検討しました。２つ目は，中学校数学科において問題解決能力を高めるために，小テストを用いたフィードバックの方法を工夫する研究を行いました。３つ目は，先述した不登校の未然予防として，小学校でストレスマネジメント教育を実施することで，子どものストレスに対する理解が深まり，ストレスが軽減するかを検証する調査・研究を進めて参りました。

その成果を調査研究報告書として，ここにまとめました。これらの研究成果が，学校・園の日々の教育実践に活用されることを期待します。

末尾になりましたが，本課の研究調査を進めるにあたって，御指導・御助言いただいた国立教育政策研究所初等中等教育研究部総括研究官の山森 光陽様をはじめ，研究協力員並びに調査・実践面で御協力いただきました学校等の関係者の皆様に心から感謝の意を表します。

平成３１年３月

四日市市教育委員会教育支援課
参事兼課長　　川邉　雅史

― 目　次 ―

1　問題　・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・1

2　目的　・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・9

3　方法　・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・10

4　結果　・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・17

5　考察　・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・26

〔引用文献〕・・・・・・　・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・30

〔資料〕　・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・・31

中学校数学科における問題解決能力向上のための授業づくりに関する研究
—フィードバックに重点をおいて—

1　問題

1.1　中学校数学科における関数領域の現状

1.1.1　関数領域の理解度の現状

関数の学習は生徒にとって定着しにくい傾向にある。平成 29 年度全国学力・学習状況調査における全国の数学 A の領域別平均正答率をみると,「数と式」は 71.1%,「図形」は 66.5%に対して,「関数」は 57.9%と他の領域に比べて理解度が低いことがわかる。詳細をみていくと，比例の式について x の値に対応する y の値を求めることは，相当数の生徒ができていた。一方で，具体的な事象における 2 つの数量の変化や対応を，グラフから読み取ることに課題があることがわかった。数学 B でも，一次関数において，事象を数学的に解釈し，問題解決の方法を数学的に説明することに課題があることがわかった。

生徒の意見からもその現状を読み取ることができる。川上（2010）は，関数の導入における中 1 ギャップの具体的な状況として「数学の学習の中で『難しかった内容』を問うと，多くの生徒が関数をあげる。関数は，抽象的な概念であり，『○○は△△の関数である』『yはxの関数である』という表現にも抵抗感がある。また，関数関係にある 2 つの数量を見つけたり，その変化の様子をとらえたりすることの難しさを感じている場合もある」と述べている。

椞木（2013）は，一次関数の学習において，「一次関数の利用では，式・表・グラフの関連を考えながら総合的に判断することが求められる問題が多い。そのため，生徒の中には，状況を把握することに難しさを感じたり，途中の手続きを面倒に感じたりする者がいて，途中であきらめることも少なくない」と述べている。

東京都中学校数学教育研究会研究部関数委員会（2012）は，「中学生が数学の学習で困難性を感じる内容として，関数をあげることが多い」とし，「国立教育研究所・文部省『基礎学力調査』によると，『教師が期待する正答率と実際の正答率との差が 10%以上ある分野に関数がある』という報告がなされている。生徒の回答における実際の正答率より，教師が期待する正答率の方が高いという内容である。ここから，教師は生徒の実態や指導の問題点を十分に把握しきれていないということが言える」と指摘している。また，「関数領域で『生徒にどんな力を付けさせたいのか』『生徒は関数のどんなことにつまずいているのか』ということを掘り下げる必要がある」とも述べている。

このように，関数の学習は多くの生徒にとって難しいと感じる現状があることが読み取れる。さまざまな事象の中から，ともなって変わる数量を見いだすことや，その変量を文字で表すことなどの理解が不十分なまま，関数指導が行われていくことで，つまずく生徒が多くなっていると考えられる。

1.1.2　関数領域の理解度が低い理由

関数領域の理解度が低いことについて，関数指導の在り方にその理由を見いだすことができると考えられる。川上（2010）は，数学科における中 1 ギャップについて，「小学校では，4 年から 6 年にかけて，数量の関係を□，△，a，xなどを用いて式に表し，それらに数を当てはめて調べたり，変化の様子を折れ線グラフで表したり，比例や反比例の関係を用いて問題解決したりしてくる。数量の関係を表・式・グラフに表して考えることは，小学校で学習してきている。しかし，小学校算数と中学校数学では，数量の関係を表す式やグラフの内容が異なっている。式については，小学校では，数量を数や言葉，□や△などの記号及び文字を用いて表すが，中学校では変数や定数を文字で表し，文字を使った式に一般化される。ここに生徒たちがつまずくポイントがあるように思える」としている。また，小学校での関数分野の学習状況について，「小学校では，5 年で簡単な比例の関係について学習し，6 年でこれらの学習のうえに立って，比例の関係について理解し，簡単な場合について表，グラフなどを用いて，その特徴を調べることを学習してきた。6 年では，乗法，割合，比，比例などについて，比例の関係からまとめるとともに，比例の関係を問題の解決に利用するなどして，関数の考えを深めている。比例の関係が有効に用いられる場面を用意し，比例の関係を用いると手際よく問題を解決することができるなどのよさを味わわせ，日常の問題の解決に進んで比例の関係を活用させるような指導が行われている」と述べている。一方で，中学校では，「『比例は，$y = ax$で表すことができる関数である。負の数の範囲も考察の対象になり，変数x，yも比例定数aも負の値をとる。』ということが全面に出され，現実事象との関連が薄くなり，操作や考察が中心になりがちである」とし，ここに小中のギャップが生じてしまうと指摘している。

東京都中学校数学教育研究会研究部関数委員会（2012）は，関数指導について，「中学校 3 年間の関数指導に一貫性がなく，学年ごとに違った方針の指導となっている。関数の種類によらず，その根底に流れている関数の見方や考え方を核としなければならないという指導の在り方には至っていない。表・グラフ・式の一体化が図られていない。関数の利用の内容は生徒には難しいと即断してしまい，十分に指導しようとしない指導者の姿勢が見られる。練習のさせ方，フィードバックのさせ方で指導者は悩んでいる」など，多くの問題点を指摘している。

楪木（2013）は，1 年生での比例・反比例の学習において，「具体的な事象の関係をとらえ，その根拠や特徴を説明できるようにすることが大切である。しかし，生徒の多くは，『比例の関係を式に表すこと』や『比例のグラフをかくこと』などができたとしても，式・表・グラフの関連を意識して数量関係をとらえ，その特徴を説明することは苦手である」と述べている。また，一次関数の指導について「関数関係を表すには，式・表・グラフの 3 つの方法があるが，学習の途中段階ではグラフをかいたり，条件から式を求めたりと，1 つの目的に絞って学習するため，3 つのことを関連付けて考える経験はあまり多くない」と指摘したうえで，「一次関数の特徴を，式・表・グラフでとらえるとともに，それらを相互に関

連付けることで，一次関数についての理解を深めていくことができる」と述べている。

以上のことから，関数領域の理解度が低い理由は，中学校で文字を使った式に一般化されたり，負の数の範囲も考察の対象になったりすることで，理解するのが難しいと感じる生徒が少なくないからと考えられる。指導においては，表，式，グラフを相互に関連付けて考えることが重要とされているが，十分な指導が行われていない現状があるからと考えられる。関数的な見方や考え方を伸ばすためには，関数指導において，表，式，グラフの関連性を深める指導の充実を図る必要があると考えられる。

1.1.3　一次関数の学習で必要なこと

中学校学習指導要領では，関数指導について，「自然現象や社会現象などの考察においては，考察の対象とする事象の中にある対応関係や依存，因果などの関係に着目して，それらの諸関係を的確で簡潔な形で把握し表現することが有効である」とし，「いろいろな事象の中に潜む関係や法則を数理的に捉え，数学的に考察し表現できるようにすること」をねらいとしている。そのために，中学校数学科では，「具体的な事象の中から二つの数量を取り出し，それらの変化や対応を調べることを通して，関数関係を見いだし考察し表現する力を3年間にわたって徐々に高めていくことが大切である」と述べている。

また，一次関数の指導については，数学的活動を通して，次に挙げる事項を身に付けることが求められている。

ア　次のような知識及び技能を身に付けること。
- (ア)　一次関数について理解すること。
- (イ)　事象の中には一次関数として捉えられるものがあることを知ること。
- (ウ)　二元一次方程式を関数を表す式とみること。

イ　次のような思考力，判断力，表現力等を身に付けること。
- (ア)　一次関数として捉えられる二つの数量について，変化や対応の特徴を見いだし，表，式，グラフを相互に関連付けて考察し表現すること。
- (イ)　一次関数を用いて具体的な事象を捉え考察し表現すること。

「関数を用いて事象を捉え考察し表現すること」とは，「主に日常生活や社会の事象などの具体的な場面に関数を活用すること」であるとしている。「関数は，自然現象や社会現象を能率的に記述し考察するために生まれてきたものであり，表，式，グラフを用いて表現し明らかになった事柄を他者に説明することによって，その理解は一層深められる。このことを踏まえ，中学校数学科では，関数を用いて具体的な事象を捉え考察するとともに，その考察の過程や結果を表，式，グラフを用いて説明できるようにする」ことを目指して指導していくことになる。玉置（2012）は2年生の関数領域では，「1年生での学習の上に立って，一次関数の特徴を表，式，グラフでとらえることと，それらを相互に関連付けて見られるようにすることが重要」と述べている。

このように，一次関数の学習は，実社会的な問題解決に近いことがわかる。自然現象や

社会的な事象を考察したり理解したりするためには，表，式，グラフを相互に関連付けて考える力が必要になってくる。その力を身に付けさせるために，問題解決学習を取り入れる。問題解決のプロセスを意識した学習活動を組み立て，学習することで，問題解決能力の向上につながっていくと考えられる。

1.2　問題解決学習について

1.2.1　問題解決学習の必要性

先にも述べたように，問題解決能力を高めるためには，表，式，グラフを相互に関連付けて考える力を身に付ける必要がある。東京都中学校数学教育研究会研究部関数委員会（2012）は，関数領域における問題解決を図る指導の重要性について「関数を利用して課題を解決することは，新しい問題解決に関数が有効にはたらくことを感じさせることであるから，関数的な見方や考え方，関数についての知識・技能のよさを知ることにもつながる。それは当然ながら，これまでの関数についての既習事項の理解をより深めることにもなる」と述べている。

中学校学習指導要領において，2017 年の改訂では，数学的な見方・考え方を働かせた数学的活動を通して学習を展開することを重視している。数学的活動における問題発見・解決の過程には，日常生活や社会の事象に関わるものがあり，数学的活動は，この過程において，基本的に問題解決の形で遂行されるとしている。日常の事象や社会の事象から問題を見いだし解決する活動では，関数的な見方・考え方を必要とする場面が多いと考えられる。したがって，一次関数の学習では，日常生活の事象に関する問題を多く取り入れながら，関数的な見方・考え方を伸ばし，関数的な表現や処理の仕方，それらを活用して問題解決を図る能力を育てていくことが大切であると考えられる。よって，問題解決学習を取り入れ，その充実を図ることが必要であると考えられる。

1.2.2　問題解決過程の段階について

これまでの研究の中で，問題解決過程とはどのような段階からなるのかについて，さまざまな見解が述べられてきた。鹿毛他（1997）は，デューイによる人間の問題解決過程には次の 5 つのステップがあると述べている。

①問題の認識

問題解決の第一段階は，解決するべき問題が存在することを認識することである。さまざまな事象・現象を観察したとき，そのなかに何らかの矛盾を感じたり，自分のもっている既有知識と食い違う点を発見したときなどに問題の認識が生じる。

②問題点の把握

問題の認識が生じると，次の段階では，何が問題であるのか，どこに問題があるのかを明確に把握しなければならない。

③仮説（解決法）の着想

問題点の把握がなされると，次の段階では，その問題を解決するための仮説（解決法）の着想がなされる。この段階は，直観的なひらめきの形をとることが多いが，それまでには何度かの試行錯誤を繰り返すこともある。

④仮説（解決法）の検討

解決法が着想されると，次の段階では，文献を調べたり，事実を吟味したりすることによって仮説（解決法）の評価がなされる。また，複数の仮説（解決法）が着想された場合には，それらの比較検討がなされる。

⑤仮説（解決法）の選択

問題解決の最後の段階では，比較検討された仮説（解決法）のなかから最善と思われるものが選択される。この段階ですべての仮説が不適切であることがわかれば，仮説を修正したり，新しい別の仮説（解決法）の着想が必要となる。

中原（1999）は，先行研究や実践的検討に基づきながら，構成的アプローチにおける基本的な学習過程を構築し，最終的に，次のような段階からなる学習過程を設定している。

①意識化

子どもが，構成しようとする算数的知識の発生源と出会い，そこから問題（源問題）を意識化し，その解決へ向けて見通しを立てる段階である。

②操作化

源問題の解決を目指した活動とりわけ操作的活動に取り組み，構成しようとする知識の原型をつくりだす段階である。

③媒介化

操作化と反省化の懸隔を埋め，両者を媒介することをねらいとして，必要に応じて設ける段階である。

④反省化

操作化や媒介化の段階における活動を振り返って数学的抽象，数学的一般化を行い，よりよい算数的知識を構成する段階である。

⑤協定化

反省化において構成された算数的知識を整理し，そのよさなどを検討，確認し，合意された結果を明文化して協定する。

国立教育政策研究所（2014）は，PISA2012 年問題解決能力調査で測定された問題解決の 4 つの認知プロセスを以下のように示している。

①探索・理解

問題状況を観察し，それと相互作用して情報を求め，制約又は障壁を見つけ出す。与えられた情報及び問題状況との相互作用を通じて，見つけ出した情報を理解していること，問題解決にとって重要な概念を理解していることが示される。

②表現・定式化

問題状況の各側面を表現するために，表やグラフ，記号，言語を用いたり，表現の

形式を変換したりする。問題解決にとって重要な要因とその相互関係を特定し，仮説を立てる。情報を組織化し批判的に評価する。

③計画・実行

最終的な目標及び必要であればそれに向けての小さな目標を設定し，問題を解決するためにどのような段階を踏むか等の計画又は方略を決定して，それに従い実行する。

④観察・熟考

問題解決へと至るそれぞれの段階・過程を観察する。途中経過を確認し，想定していない出来事に遭遇した場合，必要な処理を行う。解決策を様々な視点から振り返り，想定や別の解決策を批判的に評価し，追加情報や明確化の必要性を認識し，進捗状況について適切な方法で伝える。

このように，問題解決過程の段階はさまざまであるが，いくつか共通する部分も存在する。問題解決学習を行う上で，共通している点をまとめると，

①問題を理解する（問題を認識し，何が問題であるのかを把握する）

②仮説を立てる（解決のために必要な情報を収集し，解決方法を考える）

③計画を実行する（考えた解決方法で問題を解決する）

④振り返る（解決方法を比較したり，よりよい解決方法について検討したりする）

となる。この問題解決過程を取り入れたのが「四日市モデル」（Figure 1）である。

1.2.3 「四日市モデル」について

子どもたちの問題解決能力の向上を図るために本市では，平成 23 年 4 月に「問題解決能力向上プロジェクト」を設置し，問題解決能力を高められるような指導内容・方法について研究するとともに，問題解決能力向上の指針となる「四日市モデル」を構築した。本市では，問題解決能力を，「解決の道筋がすぐには明らかでない問題に対し，身につけた知識・技能や収集した情報，体験等を活用し，問題を解決していく力」と定義している。問題解決能力を育成することにより，子どもたちは自分で学習する力を身につけるとともに，社会的・職業的実践力を発揮して社会に貢献し，社会人としてよりよい成長をすることができるものと考えている。そこで，問題解決能力向上のための授業づくりを進めるために，次の 5 つのプロセスを考え，これを「四日市モデル」とした。

第 1 プロセス　問題の理解

問題と出合い，問題を認識し，既

Figure 1　「四日市モデル」

有の知識と比較したり，関連づけたりする中で，何が解決すべき問題なのかを理解する。

第2プロセス　問題の特徴づけと表現

問題解決のために情報を収集したり，整理・分析したりして，解決のための見通しを持つ。

第3プロセス　問題の解決

これまでに考えた方法や見通しで問題を解決する。

第4プロセス　解決方法の共有

解決して得られたことや解決方法を他の人と交流し，自分の考えや解決方法を見直したり，深めたりする。

第5プロセス　問題の熟考と発展

解決の方法やその正しさを確認し，さらに新しい問題に気づいて情報を求めたり，次の問題に活用したりする。

この「四日市モデル」では，第2プロセスと第5プロセスに特に重点を置いている。第2プロセスでは，子どもが既習事項や生活経験等の中から何を手がかりに問題を解決すればよいかを考え，情報を収集，整理・分析し，解決のための見通しを持つことで，以降のプロセスにおいて，子ども自身が主体的，協働的，探究的な学習活動を行うことができると考えている。

第 5 プロセスでは，新たな問題を準備し，問題解決のプロセスを再度深めるようにしたり，これまでの問題解決の過程で得た方法を活用させたりする。新しく得た解決方法を基に，次の問題に活用することに気づいたり，新たな問題を発見したりすることができれば，問題解決能力が向上してきたとみなすことができると考えている。

1.3　問題解決能力を高めるための先行研究

1.3.1　ICT の活用

問題解決学習において，問題を理解したり，解決のための見通しを持たせたりするためには，学習内容の視覚化を図ることが有効であると考えられる。中学校学習指導要領では，教具としてのコンピュータについて，「教師の指導方法を工夫改善していく道具であると同時に，観察や操作，実験などの活動を通して生徒が学習を深めたり，数学的活動の楽しさを実感したりできるようにする道具である」と述べている。

重松・吉田・小島（2008）は，「算数においては，数学的な見方や考え方をのばすために，考え方をイメージ化する思考過程が必要であり，その点において，デジタルコンテンツは，学習内容の視覚化を図り，思考過程における考え方の視点をわかりやすく示すものである」とし，課題解決に向けて ICT の活用が思考の手助けになっていると考えている。また，子どもたちへの指導実践を通して，「ICT を活用することによって学習意欲の高まりや学習内容の概念の理解，分かったという成就感などに効果があることも明らかになってきた」と

述べている。

古賀・村上（2014）は，算数科における ICT を活用した実践の成果として，「学習に対する子供たちの興味・関心を高めることができる。既習内容の振り返りを短時間で行うことができる。問題場面や状況を動的にとらえさせ，状況に入り込ませることができる。多様な見方・考え方の比較・分類による学び合いを効率よく行うことができる。盛んな意見交換などを通して，言語活動の充実を図ることができる」と述べている。

以上のことより，場面に応じて ICT を活用することは，学習内容の視覚化を図ることで，学習意欲を高める効果があることも明らかになっている。主体的に学習する生徒の姿を創り出すことが，問題の解決に向けての見通しを持ち，思考力，判断力，表現力を育んでいくことにつながると考えられる。

1.3.2　フィードバックの重要性

学習内容の理解や問題を解決するための学習過程に働きかける方法として，フィードバックが考えられる。Hattie（2009）は，「学力に最も大きな影響を与えるのはフィードバックである」と指摘している。「フィードバックとは学習者に関わりをもつ人，もの（たとえば，教師，仲間，本，保護者，学習者自身の経験など）から与えられる，学習者の到達状況や理解の程度に関する情報であるということである。たとえば，教師あるいは親は，正確な情報を与えることができ，仲間は別の学習方略を与えることができ，本は考えを明確に示すための情報を与えることができ，親は励ますことができる。つまり，フィードバックとは学習者が何かを行った結果に対して与えられるものなのである」としている。さらに，効果的なフィードバックとは，「『どこに向かっているのか』（学習目的，達成目標，到達基準），『進み具合はどうか』（自己評価），『次に何をすべきか』（次の段階，新しい目標）という問いに答えること」であるとし，「現時点での理解の程度や能力のレベルと，達成目標との差を減らすために行うものである」と述べている。

奥村・宮田（2017）は，パフォーマンス評価におけるフィードバックのあり方に関する研究において，「多くの学習者に『質』の高い学びを保障するためには，自身の学習の状況を具体的に把握し，自己評価や自己調整につなげていけるようなフィードバックを継続的に行うことが重要である」と述べている。

平井・御園（2016）は，効果的な振り返りに関する研究において，「数学の授業において生徒が記述するふりかえりに対し，適切にフィードバックを行うことによって，ルーブリック評価得点が上がり良い影響を与えた生徒がいたという点で，一定の効果はみられる」と述べている。

フィードバックの別の形態として，テストを繰り返すことが挙げられる。Hattie (2009) は，「テストを繰り返すことは，テストの結果から教師にフィードバックされる内容が，学習者の強みや達成目標と学習者の能力レベルとの差に合わせた指導の修正につながるものである場合に効果的である」と述べている。

山森（2017）は，日本での評価結果の戻しの研究知見を集め，その効果について検証した結果，教師が答案に正誤と得点を付けて返却するよりも，生徒が自己採点を行うほうが効果が高いことを示している。

生徒同士で行うフィードバックとして相互評価が挙げられる。Hattie（2009）は，「学習者が他の学習者を教える場合，教えられる側と同等の学習成果が教える側にももたらされる」と述べている。教える側は，高い自律性を発揮することになり，それがより高い学習成果へと結びつくとしている。

以上のように，学習活動におけるフィードバックには，教師が生徒に与えるもの，生徒が教師に与えるもの，生徒同士が与え合うもの，生徒自身が自分に与えるものなどが考えられる。学習活動において，生徒が自分自身の到達状況を知ることで，どこまで理解できていて，どこからわからなくなったのかを認識することができる。そうすることで，次にやるべきことが明確になり，学習の促進につながると考えられる。

また，教師が生徒の現時点での到達状況を知ることは，一人一人が必要とする情報を与えることにつながる。生徒が目標に達することができる学習を行うためには，どうしていけばよいのかを考え，指導方法の改善につなげていくことができると考えられる。このようなフィードバックを繰り返すことが，生徒の学力を高めるために有効であると考えられる。

1.4　問題解決能力を高めるための取組

これまで述べてきたように，数学の学習の中で難しさを感じる内容として，関数をあげる生徒が多い。全国学力・学習状況調査においても，「事象を数学的に解釈し，問題解決の方法を数学的に説明すること」に課題があることがわかっている。

中学校学習指導要領において関数は，数学を活用する力の伸長を目指すための領域として設定され，数学的な見方・考え方を十分に働かせた数学的活動を充実させるとともに，いろいろな関係や特徴を積極的に考察の対象とすることが必要であるとされている。自然現象や社会的な事象を考察したり理解したりするためには，問題解決学習を取り入れ，問題解決能力を高めていく必要があると考えられる。

そのために，教具や ICT を活用することで，問題の視覚化を図り，解決のための見通しを持てるようにする。そして，フィードバックを行うことで，学習内容の理解や問題を解決するための学習過程に働きかける。生徒は自身の到達状況を確認することで，次にやるべきことが明確になる。問題解決に必要な見方・考え方を身につけることで，次の問題に活用したり，新たな問題を発見したりすることができ，問題解決能力が高まると考える。

2　目的

本研究の目的は，中学校数学科の関数の学習で，問題解決能力を高めるために，フィードバックを工夫し，生徒に与える影響を明らかにすることである。単元のうち，知識・技

能の定着を主な目的とした部分では，毎時間小テストを行い，自己採点を行うことで，多くの生徒が一定レベル以上になることを目指す。思考・判断を主な目的とした部分では，毎時間の小テストにおいてフィードバックの方法を変え，どのようなフィードバックが効果的かを明らかにする。また，数学に対する意識に与える効果についても明らかにする。

3　方法

3.1　調査対象

四日市市内の中学校 2 年生 5 クラスを調査対象とし，平成 30 年 9 月から 11 月にかけて調査を行った。授業は研究協力員が行い，記録・分析は長期研修員が行った。

3.2　問題解決能力を高めるための手立て

3.2.1　フィードバック

問題解決能力を高めるために，授業で学んだ知識・技能，解決方法などを確実に身に付けることは必要不可欠である。それらを習得することで，新たな問題に出合ったときに，これまでに学んできたことを活用することができると考える。そこで，「四日市モデル」第 5 プロセスにおいて，本時に学習した解決方法を次の問題に活かすことができるようになることをねらいとし，毎時間の最後に小テストを実施した。生徒は自分自身の到達状況を知ることで，理解できている部分と，不十分な部分を認識することができる。そうすることで，次に行うべきことが明確になり，学習の促進につながると考えた。

第 1 時から第 13 時までは，授業で学んだ解決方法の過程を振り返り，その正しさを確認できるような問題を出題した。問題数は 1 問から 5 問程度で，およそ 5 分で解ける内容に設定した。採点については，全学級が同じ方法で行った。模範解答を配り，自己採点をさせた。

第 14 時から第 17 時までの「一次関数の利用」では，問題解決の過程で得た方法を，新たな場面に活用できるような問題を出題した。問題数は大問 1 題で，およそ 10 分で解ける内容に設定した。採点については，5 学級を 3 つに分け，フィードバックの方法を変えて行った。フィードバックの方法については，Table 2 に示す。

Table 2　フィードバックの方法

方　法	学級数・生徒数	内　　容
相互採点	2 学級 69 人	解答時間が終わった後，隣同士で答案用紙を交換し，模範解答を見ながら採点させた。その後，答案用紙を相手に返すときに，間違えている部分を指摘し合ったり，分からなかった部分を聞き合ったりできる共有の時間を設けた。生徒同士で考えさせることで，質問しやすい環境をつくった。教え合いが滞りがちなペアには，教師が入って支援した。つまずきが多い問題は，教師が全体に説明した。
教師採点	2 学級 64 人	解答時間が終わった後，答案用紙を回収し，模範解答を配った。採点は教師が行い，次時の授業の最初に返却した。その際，振り返りや解説などは行わなかった。
自己採点	1 学級 34 人	解答時間が終わった後，模範解答を配り，自己採点をさせた。その際，教師からの補足説明は行わず，第 1 時から第 13 時までの流れを継続して行った。

3.2.2　問題解決学習の工夫

前述したように，日常生活や社会の事象などの具体的な場面で関数を活用することが求められている。そこで，「一次関数の利用」では，日常生活のなかにある問題を取り上げ，四日市モデルの 5 つのプロセスを取り入れた問題解決学習を行った。教具や ICT を活用することで，生徒が問題解決の見通しを持って主体的に取り組むことができるようにした。

第 14 時「正方形の積み上げ問題」では，正方形の模型を使って積み上げる場面を見せながら，ともなって変わる 2 つの数量を取り出し，それらの変化の様子を調べる活動を取り入れた。具体的な事象の中から 2 つの数量関係を捉え，一次関数とみなすことで問題解決ができるようにした。式に表すことが困難な生徒には，表をつくって具体的な数値から変化の様子を調べる活動を取り入れ，問題場面の理解を深められるようにした。小テストでは，正方形を重ねた図について考えさせることで，授業で身に付けた見方・考え方を活用できるようにした。解き方の確認で終わるのではなく，新たな問題を解決できる力を育むことができるようにした【資料 1】。

第 15 時「竿ばかりの実験」では，教師が実際に竿ばかりを使って演示実験をした。10 円玉の枚数とつり合う支点からの距離を求める場面では，1 枚目から 5 枚目までは実験をしてデータを示したが，6 枚目以降は，変化の様子を予測したり，実際のデータの特徴を分析したりすることで考えさせた。10 円玉の枚数と重りの支点からの距離の関係を一次関数とみなすことで，これまでに学習した数学を使って解決できる活動を取り入れた。小テストでは，日常的な事象の問題として，水を熱した時間と水温の関係を考えさせた【資料 2】。

第 16 時「携帯電話の料金プラン」では，A プランと B プランの通話料金が等しくなる時

間を求める場面を設定した。2 つのグラフの傾きから 2 直線が交わることに気づかせ，その交点は連立方程式を解くことで求められるようにした。2 直線の交点がグラフから読み取れなくても，式を用いれば求められるという考えのよさを味わわせることにつなげたいと考えた【資料 3】。

第 17 時「動点問題」では，長方形の周上を点 P が動いていくときにできる三角形の面積を考える場面において ICT を活用し，点 P を動かすシミュレーションを見せた。問題場面を動的にとらえさせることで，状況をイメージしやすくした。また，注目させたい三角形の面積に自動的に色がつくようにすることで，ともなって変わる量を視覚的に捉えさせ，三角形の面積の立式につなげることができると考えた【資料 4】。

以上のように，身近にある問題の解決の中で関数を使うことのよさや面白さを体験させ，数学の有用性を感じさせることで，積極的に数学を活用して問題を解決しようとする態度を育てていくことにつなげたいと考えた。

3.3　データの収集と分析

本研究では，4 回の確認テストと事前・事後意識調査のデータを収集し，問題解決能力を高めるための効果的なフィードバックの検証と数学に対する意識の変化について分析を行った。なお，確認テスト，意識調査の実施日に欠席した生徒については，合計から除外した。

3.3.1　確認テスト

調査対象生徒に対して，4 回のテストを実施した。1 回目の「既習事項テスト」は，1 年時に学習した関数領域の比例・反比例のテストである【資料 5】。「関数の意味，比例・反比例のグラフ，比例・反比例の式を求めること」に関する項目を 10 問出題した。一次関数の単元に入る前に実施することで，生徒の関数についての理解度を測った。

2 回目の「前時までの復習テスト」は，一次関数の第 1 時から第 13 時までに学習した内容の復習テストである【資料 6】。「一次関数の意味，一次関数のグラフ，一次関数の式を求めること」に関する項目を 10 問出題し，1 回目の問題と関連性を持たせる形にした。一次関数の利用に入る前に実施し，小テストの取り組みによって，知識・技能の定着を図ることができたかどうかを分析するためのデータとして扱った。

3 回目と 4 回目の「思考判断テスト」は，双方とも平成 25 年度全国学力・学習状況調査で出題された B 問題を出題した。全国学力・学習状況調査 B 問題は知識・技能等を実生活の様々な場面に活用する力や，様々な課題解決のための構想を立て実践し評価・改善する力などに関わる内容となっている。同じ問題を検証授業の事前と事後で実施し，その結果を比較することで，問題解決能力の高まりについて考察するためのデータとして扱った。

全国学力・学習状況調査 B 問題は「国際的な学力調査の考え方や調査結果及び課題等も考慮しつつ，中学校学習指導要領（平成 20 年告示）に示された数学科の目標及び内容等に

基づいて作成することを基本」としている。問題形式は，「選択式」，「短答式」，「記述式」の 3 種類あり，「選択式」，「短答式」は正答率を集計した。「記述式」については，生徒の解答をそれぞれ A，B，C の 3 段階で評価した。解答例を Table 3，評価基準を Table 4 に示した。

Table 3　記述項目の解答例

評価	解　答　例
A	点 A から点 F までの点に近い直線をひいて，y＝80 のときの x 座標を読み取る。その値が求める時間である。
	グラフをかき，その直線の式を求めると，$y = 4x + 20$ となる。 この式に，$y = 80$ を代入して，　$80 = 4x + 20$ $4x = 60$ $x = 15$　　よって，15 分
	直線のグラフをかき，傾きと切片を読みとって，一次関数の式を求める。 その式に，$y = 80$ を代入して，x の値を求める。
	表から，x と y の組を 2 つ選び，x の増加量と y の増加量を調べて，変化の割合を求める。それを使って，水温が 20℃から 80℃へ上昇するまでにかかる時間を計算する。
	表の数値より，変化の割合を求めると 4 になる。 $\begin{array}{c\|ccc} & & \overset{a}{\longrightarrow} & \\ x & 0 & & a \\ \hline y & 20.0 & & 80.0 \\ & & \underset{60}{\longrightarrow} & \end{array}$　　$\frac{60}{a} = 4$ $a = 15$ よって，15 分
B	表の数値から，y を x の式で表し，$y = 80$ を代入すればよい。
	グラフをかいて，$y = 80$ のときの x の値を求める。
	直線のグラフをかいて，x の値を読みとる。
	表から規則性をみつけ，水温が 80℃になるまでの時間を求める。
C	80℃まで熱する実験をする。
	点を通る直線をひけばよい。
	$y = 80$ を代入して x の値を求める。
	y を x の式で表せばよい。
	表から必要な値を使って求めればよい。
	無解答

Table 4　記述項目の評価基準

グラフを用いることについて記述している場合	
評価	評　価　基　準
A	次の（a）（b）について記述しているもの （a）直線のグラフをかくこと （b）y 座標が 80 のときの x 座標を読むこと 実際に直線のグラフをかいて，y 座標が 80 のときの x 座標を読むことについて記述しているもの
B	（a）の「直線」についての記述がなかったり，（b）の「$y = 80$」の記述がなかったりするが，グラフを用いることとその用い方について記述しているもの
C	グラフを用いることについて記述しているが，（a）（b）について記述がないもの
式を用いることについて記述している場合	
評価	評　価　基　準
A	次の（c），（d）について記述しているもの （c）一次関数の式を求めること （d）一次関数の式に $y = 80$ を代入して，x の値を求めること 実際に一次関数の式を求めて，$y = 80$ を代入して x の値を求めることについて記述しているもの
B	（c）の「一次関数」についての記述がなかったり，（d）の「$y = 80$」の記述がなかったりするが，式を用いることとその用い方について記述しているもの
C	式を用いることについて記述しているが，（c）（d）について記述していないもの
表や数値を用いることについて記述している場合	
評価	評　価　基　準
A	次の（e），（f）について記述しているもの （e）表や数値を用いて変化の割合を求めること （f）水温が 80℃になるまでの，水を熱し始めてからの時間を算出すること 実際に表や数値から変化の割合について調べ，水温が 80℃になるまでの，水を熱し始めてからの時間を求めることについて記述しているもの
B	（e）の「変化の割合」についての記述が十分でなかったり，（f）について求める時間の記述が十分でなかったりするが，表や数値を用いることとその用い方について記述しているもの
C	表や数値を用いることについて記述しているが，（e）（f）について記述していないもの
その他	
評価	評　価　基　準
C	上記以外の解答 無解答

3.3.2　事前・事後意識調査

調査対象生徒に対して，9 月と 11 月に意識調査を実施した【資料 8】。この意識調査では，生徒の数学に対する興味・関心，学習活動への意欲，学習状況等を調査し，数学への興味・関心や意欲の高まりを考察するためのデータとして扱った。

本研究の意識調査の各質問項目は，平成 29 年度全国学力・学習状況調査で実施された生徒質問紙を参考に作成した。また，文部科学省「学びのイノベーション事業」からは，ICT を活用した教育の効果における生徒の意識の変化を把握できる質問項目を参考にした。

3.4　研究計画

研究計画は Table 5 の通りである。

Table 5　研究計画

<table>
<tr><th>時数</th><th>学習内容</th><th>小テストの概要</th><th>フィードバック</th></tr>
<tr><td colspan="3">事前意識調査（9 月第 4 週）
既習事項テスト（10 月第 1 週）</td><td></td></tr>
<tr><td>第 1 時</td><td>ともなって変わる 2 つの数量の関係</td><td>水そうに水を入れたときの時間 x 分と水面の高さ y cm の関係を式に表す。</td><td rowspan="10">全員：
自己採点</td></tr>
<tr><td>第 2 時</td><td>一次関数の意味</td><td>y が x の一次関数であるものを選び，x に比例する部分を答える。</td></tr>
<tr><td>第 3 時</td><td>一次関数の変化の割合①</td><td>一次関数で，x の値が増加したときの，x の増加量，y の増加量，変化の割合を求める。</td></tr>
<tr><td>第 4 時</td><td>一次関数の変化の割合②</td><td>一次関数で，x の増加量がわかっているときの，y の増加量を求める。</td></tr>
<tr><td>第 5 時</td><td>一次関数のグラフ①</td><td>一次関数について，グラフの傾きと切片を答える。傾き，切片が整数のときの一次関数のグラフをかく。</td></tr>
<tr><td>第 6 時</td><td>一次関数のグラフ②</td><td>傾きが分数のときの一次関数のグラフをかく。チャレンジ問題として，傾き，切片が分数の一次関数のグラフをかく。</td></tr>
<tr><td>第 7 時</td><td>一次関数のグラフ③</td><td>変域のある一次関数のグラフをかき，そのときの y の変域を求める。</td></tr>
<tr><td>第 8 時</td><td>一次関数の式を求めること①</td><td>一次関数のグラフから，傾きと切片を読みとって式を求める。</td></tr>
<tr><td>第 9 時</td><td>一次関数の式を求めること②</td><td>傾き（または切片）と 1 点の座標から一次関数の式を求める。</td></tr>
<tr><td>第 10 時</td><td>一次関数の式を求めること③</td><td>2 点の座標から一次関数の式を求める。</td></tr>
</table>

第 11 時	一次関数の式を求めること④	条件をみたす一次関数の式を求める。 対応表から一次関数の式を求める。	
第 12 時	二元一次方程式のグラフ	二元一次方程式のグラフをかく。	
第 13 時	連立方程式とグラフ	連立方程式の解を，グラフを使って求める。2 直線の交点の座標を求める。	
前時までの復習テスト（11 月第 2 週） 思考判断テスト（11 月第 2 週）			
第 14 時	正方形の積み上げ問題	正方形の折り紙を規則的に重ねてできる図において，折り紙の枚数 x 枚と周りの長さ y cm の関係について考える。	Ⅰ：相互採点 Ⅱ：教師採点 Ⅲ：自己採点
第 15 時	竿ばかりの実験	水を熱する実験で，水を熱し始めてから x 分後の水温を y ℃としたとき，その関係について考える。	
第 16 時	携帯電話の料金プラン	携帯電話の料金プランで，通話時間を x 分，料金を y 円として，A，B プランについて考える。	
第 17 時	動点問題	長方形 ABCD の辺上を点 P が動くとき，A から x cm 動いたときの△APD の面積を y cm^2 として，その関係について考える。	
思考判断テスト（11 月第 5 週） 事後意識調査（11 月第 5 週）			

4　結果

4.1　知識・技能の定着

Table 6 は，1 回目「既習事項テスト」と 2 回目「前時までの復習テスト」の平均点と標準偏差を示したものである。平均点は 5.3 点から 6.9 点に上がる結果となった。Figure 2 は，1 回目と 2 回目の得点別の人数の分布を表したものである。5 点以下の生徒は，85 人から 40 人に減少し，6 点以上の生徒は，74 人から 119 人に増加した。

Table 6　1 回目と 2 回目のテストの平均点，標準偏差（n＝159）

	1 回目	2 回目
平均	5.3	6.9
標準偏差	3.4	2.7

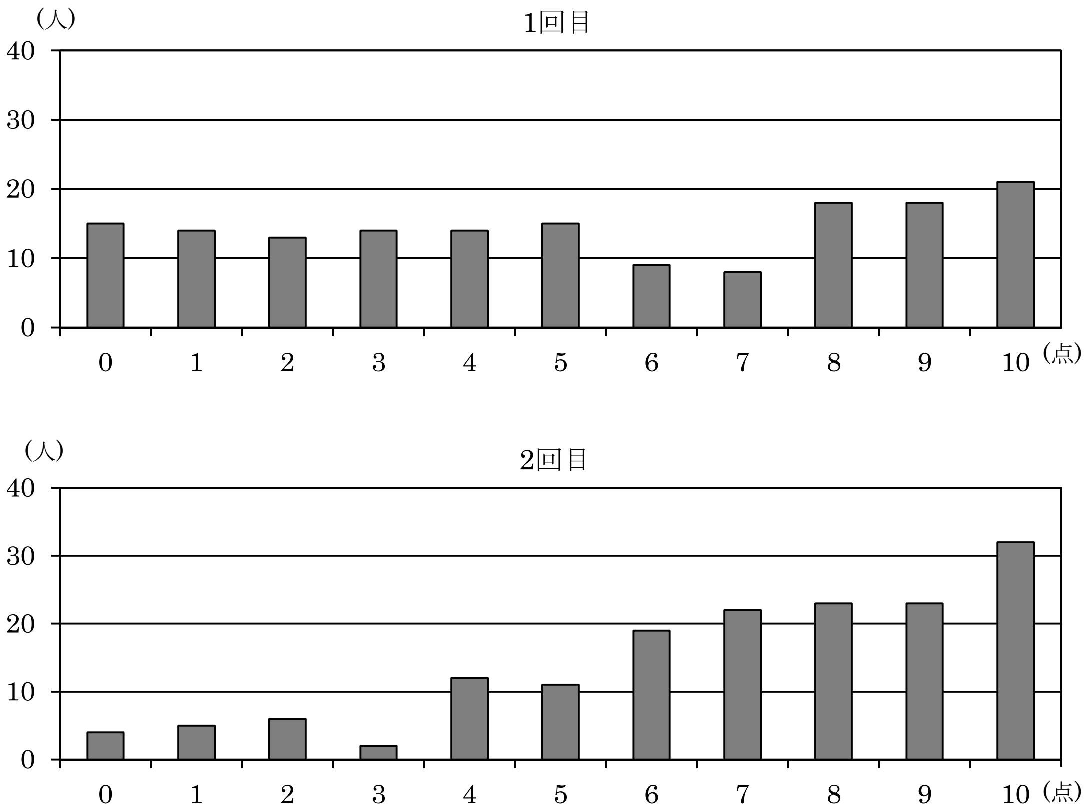


Figure 2　1 回目と 2 回目の得点別の人数の分布

4.2　フィードバックの効果

第 14 時から第 17 時までの思考・判断を主な目的とした部分において，小テストでのフィードバックの方法を変えることで，どのような影響があったのかを見ていく。Figure 3 は，3 回目と 4 回目の「思考判断テスト」の設問(1)「水を熱した時間と水温の表から，10

分間で上がった温度を求める問題」の正答率を事前と事後で比較したものである。学年全体の正答率は 79%から 86%に増加した。

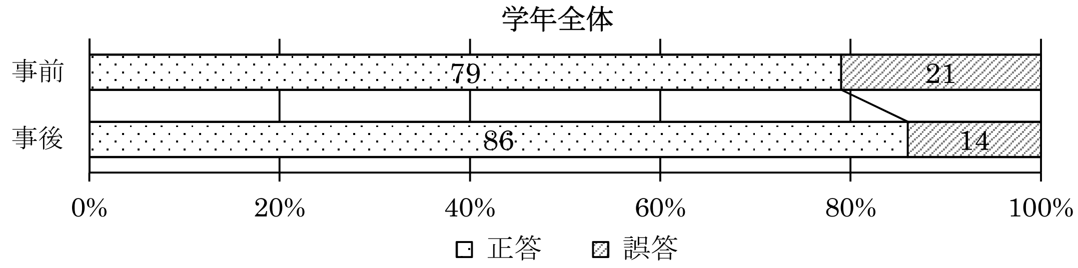


Figure 3　設問(1)の正答率の変化

Table 7 は，方法別による設問(1)の正誤の変化を人数と割合で表したものである。事前のテストで誤答であった生徒のうち，事後のテストで正答になった生徒の割合は，相互採点では 66.7%，教師採点では 54.5%，自己採点では 40.0%であった。

Table 7　設問(1)の正誤の変化

相互採点（n=65）

事後 / 事前	正	誤	計
正	49 人 92.5%	4 人 7.5%	53 人 100%
誤	8 人 66.7%	4 人 33.3%	12 人 100%

教師採点（n=60）

事後 / 事前	正	誤	計
正	45 人 91.8%	4 人 8.2%	49 人 100%
誤	6 人 54.5%	5 人 45.5%	11 人 100%

自己採点（n=34）

事後 / 事前	正	誤	計
正	24 人 100%	0 人 0.0%	24 人 100%
誤	4 人 40.0%	6 人 60.0%	10 人 100%

Figure 4 は，思考判断テストの設問(2)「水温が 80℃になるまでにかかる時間を求める方法を説明する問題」の解答を 3 段階で評価したものを事前と事後で比較したものである。学年全体では，A 評価の生徒は 26%から 41%に増加し，C 評価の生徒は 55%から 42%に減少する結果となった。

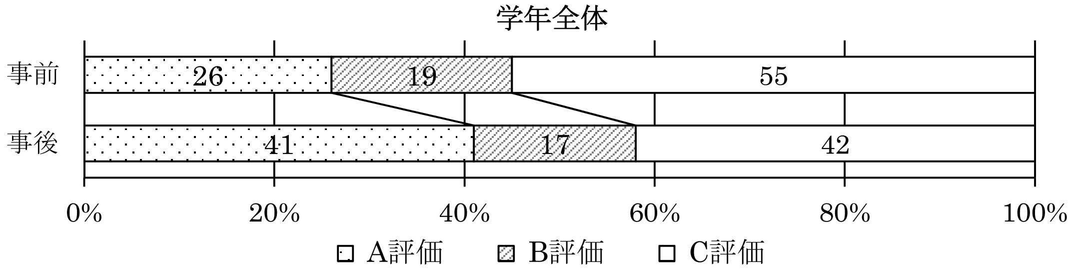


Figure 4　設問(2)の評価の変化

Table 8 は，方法別による設問(2)の評価の変化を人数と割合で表したものである。事前のテストで B 評価であった生徒のうち，事後で A 評価に上がった生徒の割合は，相互採点では 62.5%，教師採点では 56.3%，自己採点では 66.7%であった。事前のテストで C 評価であった生徒のうち，B または A 評価に上がった生徒の割合は，相互採点では 46.5%，教師採点では 28.6%，自己採点では 41.2%であった。

Table 8　設問(2)の評価の変化

相互採点（n=65）

事後 / 事前	A	B	C	計
A	11 人 78.6%	1 人 7.1%	2 人 14.3%	14 人 100%
B	5 人 62.5%	1 人 12.5%	2 人 25.0%	8 人 100%
C	13 人 30.2%	7 人 16.3%	23 人 53.5%	43 人 100%

教師採点（n=60）

事後 / 事前	A	B	C	計
A	10 人 62.5%	3 人 18.8%	3 人 18.8%	16 人 100%
B	9 人 56.3%	3 人 18.8%	4 人 25.0%	16 人 100%
C	4 人 14.3%	4 人 14.3%	20 人 71.4%	27 人 100%

自己採点（n=34）

事前＼事後	A	B	C	計
A	7 人 63.6%	2 人 18.2%	2 人 18.2%	11 人 100%
B	4 人 66.7%	2 人 33.3%	0 人 0.0%	6 人 100%
C	2 人 11.8%	5 人 29.4%	10 人 58.8%	17 人 100%

Figure 5 は，思考判断テストの設問(3)「2 つの数量の関係を表す点がグラフ上で一直線上にあると考えて求められるものを，4 つの事象の中から 1 つ選ぶ問題」の正答率を事前と事後で比較したものである。学年全体の正答率は 31%から 40%に増加した。

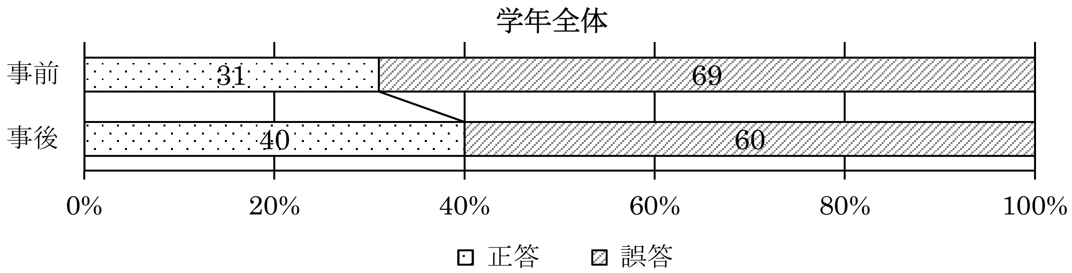


Figure 5　設問(3)の正答率の変化

Table 9 は，方法別による設問(3)の正誤の変化を人数と割合で表したものである。事前のテストで誤答であった生徒のうち，事後のテストで正答になった生徒の割合は，相互採点では 22.2%，教師採点では 34.1%，自己採点では 50.0%であった。

Table 9　設問(3)の正誤の変化

相互採点（n=65）

事前＼事後	正	誤	計
正	8 人 40.0%	12 人 60.0%	20 人 100%
誤	10 人 22.2%	35 人 77.8%	45 人 100%

教師採点（n=60）

事前＼事後	正	誤	計
正	11 人 57.9%	8 人 42.1%	19 人 100%
誤	14 人 34.1%	27 人 65.9%	41 人 100%

自己採点（n=34）

事前＼事後	正	誤	計
正	8 人 80.0%	2 人 20.0%	10 人 100%
誤	12 人 50.0%	12 人 50.0%	24 人 100%

Figure 7 は，フィードバックによる意識面に与える効果について調べたものである。意識調査にある，「いままで習ってきた関数の問題を考えるとき，自分なりの見通しを持つことができましたか」の質問項目の変化を表している。「思う」と回答した生徒は 21%から29%へと増加した。「どちらかといえば思わない」と回答した生徒は 23%から 15%に減少した。

Table 10 は，一次関数の単元に入る前に実施した「既習事項テスト」の結果をもとに，3 点以下の生徒を事前低群，8 点以上の生徒を事前高群とし，意識調査の質問項目「いままで習ってきた関数の問題を考えるとき，自分なりの見通しを持つことができましたか」の回答の平均値と標準偏差を方法別に示したものである。「思う」を 4,「どちらかといえば思う」を 3,「どちらかといえば思わない」を 2,「思わない」を 1 として，平均値を算出した。低群における事後の平均値を比較すると，相互採点が最も高い結果となった。高群における事後の平均値は，あまり差が見られなかった。

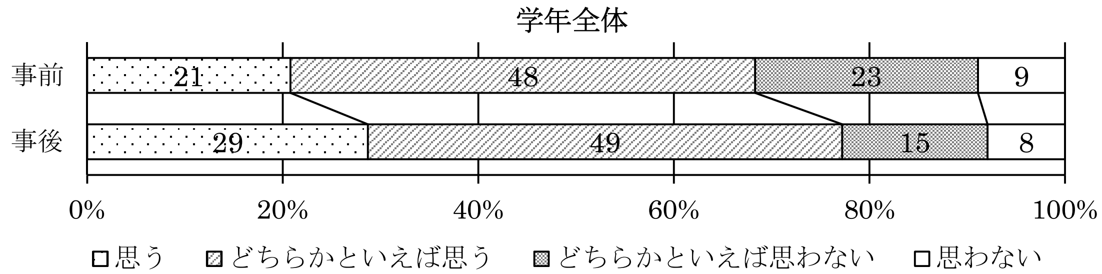


Figure 7　「いままで習ってきた関数の問題を考えるとき，自分なりの見通しを持つことができましたか」

Table 10　方法別の事前低群・事前高群の平均値と標準偏差

	相互採点（n=66）			教師採点（n=62）			自己採点（n=32）		
	人数	事前	事後	人数	事前	事後	人数	事前	事後
事前低群	28	2.4 (0.6)	2.9 (0.7)	23	2.0 (0.7)	2.7 (1.0)	3	1.3 (0.5)	2.3 (0.5)
事前高群	21	2.9 (0.6)	3.3 (0.6)	19	2.6 (0.6)	3.4 (0.5)	17	2.6 (0.8)	3.4 (0.7)

4.3　実践全体における数学に対する意識の変化

調査対象生徒に対して実施した事前・事後意識調査における，数学に対する意識の変化について見ていく。Figure 8 は，「模型を使った関数の学習は，問題を解くための見通しを持つことに役立ちますか」の質問項目について示したものである。「思う」「どちらかといえば思う」と回答した生徒は 33%から 53%へと増加した。Table 11 では，低群の平均値は 2.9 から 3.3 に上がり，高群の平均値は 3.2 から 3.4 に上がった。

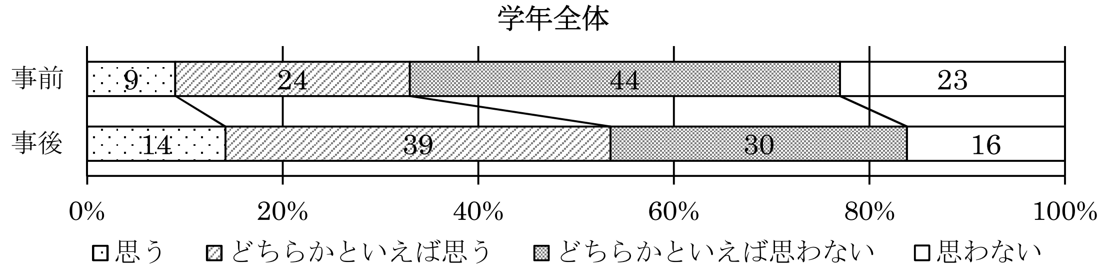


Figure 8 「模型を使った関数の学習は，問題を解くための見通しを持つことに役立ちますか」

Table11　事前低群・事前高群の平均値と標準偏差

	n	事前	事後
事前低群	54	2.9 (0.8)	3.3 (0.7)
事前高群	57	3.2 (0.7)	3.4 (0.6)

Figure 9 は，「新しい関数の問題を解くとき，これまでに学習した内容を使うことができましたか」の質問項目について示したものである。「思う」と回答した生徒は 11%から 27%へと増加した。「どちらかといえば思わない」「思わない」と回答した生徒は 43%から 25%に減少した。Table 12 では，低群の平均値は 2.3 から 2.8 に上がり，高群の平均値は 3.0 から 3.2 に上がった。

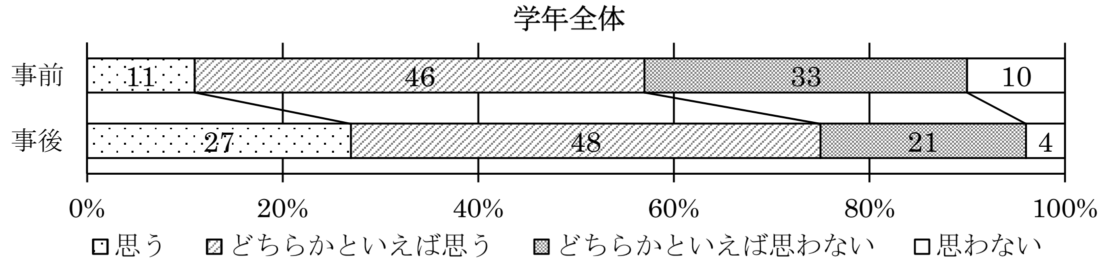


Figure 9 「新しい関数の問題を解くとき, これまでに学習した内容を使うことができましたか」

Table12　事前低群・事前高群の平均値と標準偏差

	n	事前	事後
事前低群	54	2.3 (0.8)	2.8 (0.9)
事前高群	57	3.0 (0.8)	3.2 (0.7)

Figure 10 は,「図や表，グラフなどを使って考え，説明することができましたか」の質問項目について示したものである。「思う」と回答した生徒は 43%から 54%へと増加した。Table 13 では，低群の平均値は 1.9 から 2.3 に上がり，高群の平均値は 2.5 から 3.0 に上がった。

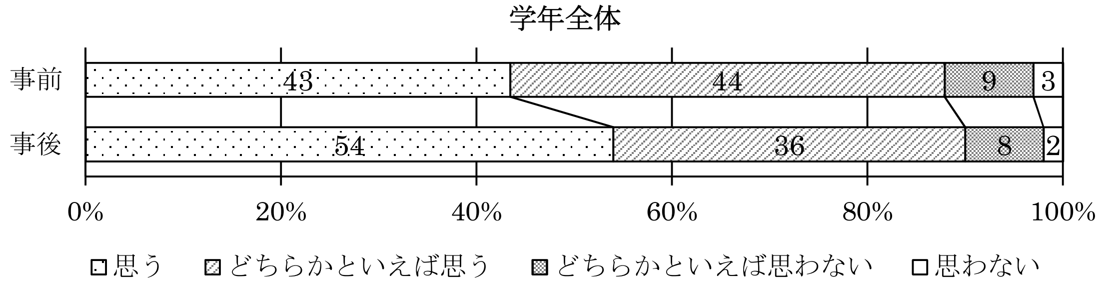


Figure 10　「図や表，グラフなどを使って考え，説明することができましたか」

Table13　事前低群・事前高群の平均値と標準偏差

	n	事前	事後
事前低群	54	1.9　(0.7)	2.3　(0.8)
事前高群	57	2.5　(0.8)	3.0　(0.7)

Figure 11 は,「友達の発表を聞いて，自分の考えを深めることができましたか」の質問項目について示したものである。「思う」「どちらかといえば思う」と回答した生徒は 50%から 79%へと増加した。Table 14 では，低群の平均値は 2.5 から 3.0 に上がり，高群の平均値は 3.1 から 3.4 に上がった。

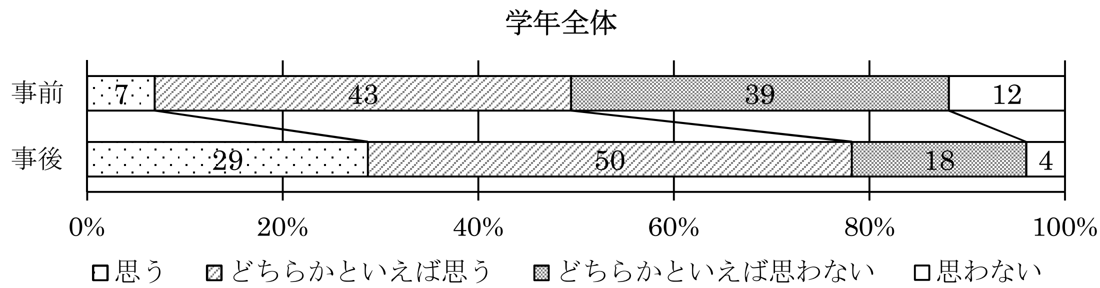


Figure 11　「友達の発表を聞いて，自分の考えを深めることができましたか」

Table 14　事前低群・事前高群の平均値と標準偏差

	n	事前	事後
事前低群	54	2.5　(0.9)	3.0　(0.8)
事前高群	57	3.1　(0.7)	3.4　(0.6)

Figure 12 は,「関数の学習は好きですか」の質問項目について示したものである。「思う」「どちらかといえば思う」と回答した生徒は 54%から 78%へと増加した。Table 15 では,低群の平均値は 2.0 から 2.2 に上がり，高群の平均値は 2.6 から 2.9 に上がった。

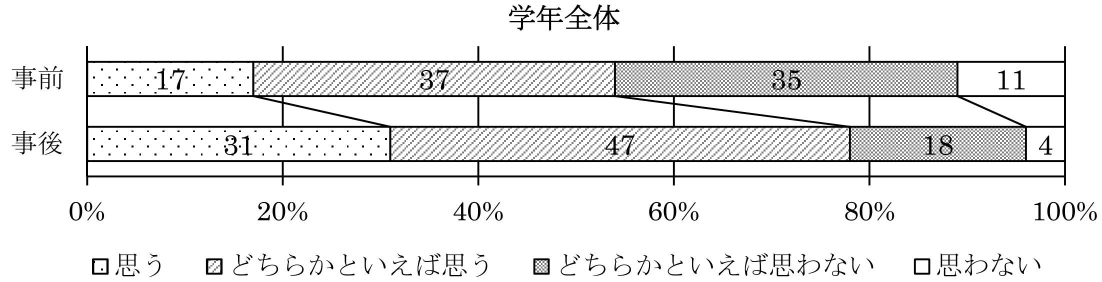


Figure 12　「関数の学習は好きですか」

Table 15　事前低群・事前高群の平均値と標準偏差

	n	事前	事後
事前低群	54	2.0 (0.8)	2.2 (0.9)
事前高群	57	2.6 (0.9)	2.9 (0.8)

Figure 13 は,「関数の学習は大切だと思いますか」の質問項目について示したものである。「思う」「どちらかといえば思う」と回答した生徒は 35%から 57%へと増加した。Table 16 では，低群の平均値は 2.7 から 2.9 に上がり，高群の平均値は 3.0 から 3.2 に上がった。

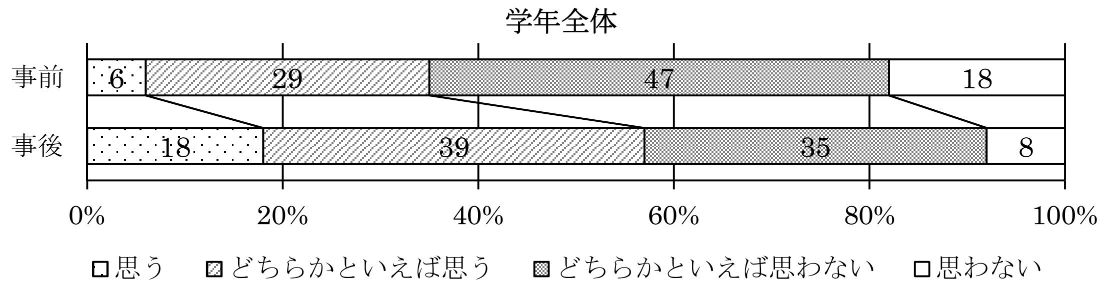


Figure 13　「関数の学習は大切だと思いますか」

Table 16　事前低群・事前高群の平均値と標準偏差

	n	事前	事後
事前低群	54	2.7 (0.9)	2.9 (0.9)
事前高群	57	3.0 (0.8)	3.2 (0.8)

Figure 14 は，「関数の授業内容はよく分かりますか」の質問項目について示したものである。「思う」と回答した生徒は 19%から 35%へと増加した。「どちらかといえば思わない」「思わない」と回答した生徒は 33%から 15%に減少した。Table 17 では，低群の平均値は 2.3 から 2.7 に上がり，高群の平均値は 2.8 から 3.3 に上がった。

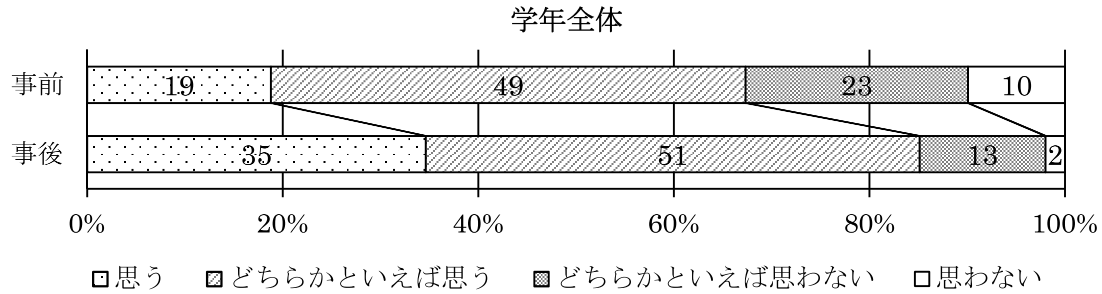


Figure 14　「関数の授業内容はよく分かりますか」

Table 17　事前低群・事前高群の平均値と標準偏差

	n	事前	事後
事前低群	54	2.3　(0.7)	2.7　(0.8)
事前高群	57	2.8　(0.8)	3.3　(0.6)

Figure 15 は，「関数の学習ができるようになりたいと思いますか」の質問項目について示したものである。「思う」と回答した生徒は 29%から 40%へと増加した。「どちらかといえば思わない」と回答した生徒は 14%から 3%に減少した。Table 18 では，低群の平均値は事前・事後ともに 3.2 と変化はなく，高群の平均値は 3.4 から 3.6 に上がった。

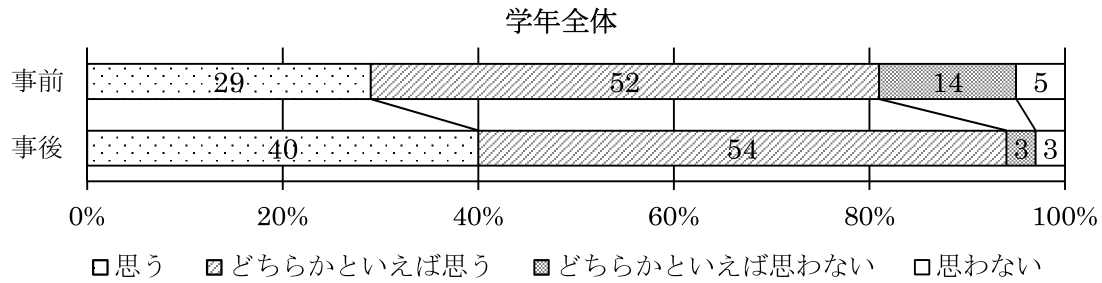


Figure 15　「関数の学習ができるようになりたいと思いますか」

Table 18　事前低群・事前高群の平均値と標準偏差

	n	事前	事後
事前低群	54	3.2　(0.7)	3.2　(0.8)
事前高群	57	3.4　(0.7)	3.6　(0.6)

5　考察

5.1　本研究の成果

5.1.1　知識・技能の定着

知識・技能の定着については，Table 6 や Figure 2 に見られるように，平均点が伸びたことや，6 点以上の生徒の割合が増加したことから，多くの生徒が一定程度のレベルに達したと考えられる。後藤（2013）の研究では，主体的な学習に誘う方法の一つとして，自己評価の活動を取り入れることが，学習活動において，さらに学習評価においても効果的であると述べている。本研究においては，毎時間の小テストに取り組み，自己採点によるフィードバックを行うことで，自己の到達状況を知ることができたと考えられる。理解できた生徒には自信を持たせ，さらに意欲的に学習することにつながったと考えられる。理解が途中段階の生徒には，模範解答を見せることで，必要とする情報を与え，次に行うべきことを明確にさせることができたと考えられる。その結果，関数に関する知識・技能の定着を図ることができたと考えられる。

5.1.2　フィードバックの効果

本研究では，一次関数の学習において，思考・判断を主な目的とした部分では，毎時間の小テストでフィードバックの方法を変え，その効果を検証することにした。Figure 3・4・5 に見られるように，学年全体としてすべての設問において正答率が増加する結果となった。これは，日常生活の事象を，数学を使って解決する活動を取り入れた問題解決学習を行ったり，表，式，グラフを相互に関連付けて指導したりした結果，数学的な見方・考え方が伸び，関数的な表現や処理の仕方，それらを活用して問題解決を図る力が高まったと考えられる。

Table 7 に示した思考判断テストの設問(1)の正誤の変化の結果からは，事前テストで誤答であった生徒のうち，事後テストで正答になった生徒の割合を比較すると，相互採点が最も高いことが示唆された。相互採点によるフィードバックでは，生徒同士で考えたり，教え合ったりする時間を意図的に作り出したことで，疑問点やわからない部分を友達に聞くことができたと考えられる。そのことで，新たな知識や解決方法を知ることができたと考えられる。授業においても，解決方法を考える場面でグループ活動を多く取り入れたことで，互いに教え合う姿が見られた。相互に行うフィードバックが，問題解決に必要な見方・考え方を身に付けることにつながったと考えられる。

Table 8 に示した思考判断テストの設問(2)の評価の変化の結果からは，C 評価から B または A 評価に上がった生徒の割合は，相互採点が最も高いことが示唆された。採点後に教え合ったり，聞き合ったりできる共有の時間を設けることで，質問しやすい環境の中で，疑問点や間違いを確認し，正しい解決方法を身に付けることができたと考えられる。また，教える側の生徒は，自分の考えを相手に説明することで，自分の考えの根拠や論理を明確にしたり，論理的にわかりやすく説明したりする力を高めることにつながったと考えられ

る。加えて，授業では解答を書かせる際に，答えだけを書かせるのではなく，どのように考えて問題解決に至ったのか，その過程を書かせる指導を行った。その結果，解決の方法を考え，数学的に説明する力が高まったと考えられる。

また，Table 8 に示した結果からは，B 評価から A 評価に上がった生徒の割合は，自己採点が最も高いことが示唆された。問題解決に必要な知識・技能や見方・考え方がある程度身に付いている生徒が自己採点によるフィードバックを行うことで，模範解答を読み解きながら，自分なりに理解を深めることができたと考えられる。できた自分に自信を持ったり，できなかった自分を振り返って，どうすればできるようになるかを考えたりするようになったと考えられる。

Table 9 に示した思考判断テストの設問(3)の正誤の変化の結果からは，事前テストで誤答であった生徒のうち，事後テストで正答になった生徒の割合を比較すると，自己採点が最も高いことが示唆された。自己採点によるフィードバックでは，小テストの直後に正誤を確認したり，自分が必要とする情報を得たりすることができたと考えられる。解説を見ながら，どこでつまずいたのか，どうやって正答を導けばよいのかを知ることで，今後の学習で行うべきことが明確になったと考えられる。新たな知識や技能を習得したり，問題解決の方法を考えたりすることが行いやすくなったと考えられる。

Figure 7 の「見通しを持つこと」に関する意識調査からは，学年全体として肯定的な回答が増加する結果が得られた。なかでも，Table 10 を見ると，事前低群において，事後の平均値が最も高かったのは相互採点であった。自己採点の事前低群の人数が著しく少ないため，厳密な比較はできないが，事前低群の生徒によって，相互採点よるフィードバックの方が，より多くの生徒が見通しを持ちやすくなった可能性が示唆される。相互採点によるフィードバックでは，わからないことをすぐに聞ける相手がいて，それぞれの理解度に合ったフィードバックの内容を得ることができたと考えられる。次の学習でやるべきことが明確になったことで，問題解決の手がかりをつかみやすくなり，そのことが自分なりの見通しを持つことにつながったと考えられる。

以上のことから，以下のような傾向が見られることが示唆された。設問(1)のような正答率の高い問題をできるようにしたり，設問(2)の C 評価の生徒を B または A 評価にしたりするには，相互採点の方が有効である。設問(3)のような正答率が低い問題をできるようにしたり，設問(2)の B 評価の生徒を A 評価にしたりするには，自己採点の方が有効である。これらの結果から，相互採点によるフィードバックは基礎的な内容の習得に向いていて，自己採点によるフィードバックは応用的な力を高めることに向いていると考えられる。よって，問題の特質や生徒の実態によって，フィードバックの方法を工夫することで，より学習の効果を上げることにつながると考えられる。

5.1.3　実践全体における数学に対する意識の変化

Figure 8 から Figure 15, 及び Table 11 から Table 18 は，一次関数の単元全体における，

数学に対する意識の変化を示したものである。どの項目においても，肯定的な回答が増加する結果となった。事前低群・事前高群の平均値が上がったことからも，実践全体として低群・高群にかかわらず，生徒の肯定的な意識を高めることができたと言えるだろう。その要因には，第 1 時から第 13 時にかけて毎時間小テストを行って，多くの生徒が関数に関する知識・技能を習得できたことが影響していると考えられる。毎時間小テストを実施したことで，生徒はその授業で身に付けるべき学習内容を理解し，自己の到達状況を知ることができたと考えられる。このように関数に関する知識・技能の定着を図ったことで，肯定的な意識が高まったと考えられる。

5.1.4　問題解決能力の高まり

思考判断テストにおいて，設問(2)は特に問題解決能力に関わる問題であると考えられる。事象を数学的に解釈し，問題解決の方法を数学的に説明することができるかどうかをみる問題である。表，式，グラフを相互に関連付けて理解し，一次関数を用いて具体的な事象をとらえ説明する力が必要とされる。この問題の評価の推移とフィードバックの方法を関連させて見ていくと，C 評価から B または A 評価への変化については，相互採点によるフィードバックが有効であるという傾向が見られた。B評価から A 評価への変化については，自己採点によるフィードバックが有効であるという傾向が見られた。教師が正誤を返すだけのフィードバックよりも，即時に自分たちで行うフィードバックの方が有効であることの背景には，それぞれの理解度に合ったフィードバックの内容を得ることで，その後の学習で行うべきことが明確になり，学習行動の促進につながったと考えられる。問題解決の方法を考えたり，新たな知識を習得したりといったことが行いやすくなったと考えられる。よって，相互採点や自己採点によるフィードバックは問題解決能力の高まりに寄与したと考えられる。

5.1.5　本研究の成果のまとめ

以上のことにより，知識・技能の定着を目的とした部分で，毎時間小テストに取り組み，自己採点によるフィードバックを行うことは，関数に関する知識・技能の定着を図ることに一定の効果があると言えるだろう。また，思考・判断を目的とした部分では，同様に小テストに取り組み，フィードバックの方法を変え，その効果を検証した。その結果，相互採点によるフィードバックは基礎的な内容の習得に向いていて，自己採点によるフィードバックは応用的な力を高めることに向いていることが示唆された。加えて，相互採点や自己採点によるフィードバックは問題解決能力の高まりに有効であることも示唆された。小テストに取り組んだ直後に，それぞれの理解度に合ったフィードバックの内容を得ることで，問題解決に必要な知識・技能を習得したり，数学的な見方・考え方を伸ばしたりといったことが行いやすくなったと考えられる。

5.2　本研究の課題

本研究では，問題解決能力を高めるために，毎時間小テストに取り組んだ。しかし，授業の展開によっては，小テストの時間を確保することが難しい状況があった。事前に授業内容を精選し，時間配分を考えていても，計画通りにいかないこともある。そこで，毎時間行う場合と，ある程度の学習内容で区切って行う場合での効果の違いを検証することで，小テストの持ち方についてさらに工夫することが可能になると考えられる。

検証授業では，小テストにおけるフィードバックを 3 つの方法で実践した。その中で，相互に採点した後の教え合い，聞き合いがうまく行えていないペアも見られた。Hattie（2009）は，フィードバックが効果的なものとなるためには，間違うことが受け入れられる学級の雰囲気が重要であると述べている。間違いを肯定的に捉え，学びに活かしていける指導が必要と考える。わからないことをクラスメイトに聞こうとする姿，聞かれたことに対して相手が納得するまで応えようとする姿が，教室の中で見られるような関係づくりを行っていく必要があると考える。

また，相互に採点した後の共有の時間の使い方について，生徒に共通理解をさせておく必要があると考える。例えば，(a）解答が途中で終わっている場合は，自分が理解できているところまでを相手に説明し，その後，わからない部分を聞く。聞かれた生徒は，学んだことを用いながら説明する。(b）最後まで解いてあるが，途中が間違っている場合は，相手に間違っている部分を指摘してもらい，もう一度解決方法を考える。(c）互いに解決できている場合は，別の解決方法はないかを考え，見つかったら確かめ合う，といったように生徒の到達状況に応じて，やりとりの内容も変わってくるだろう。学習内容の理解度によって，活発に行えるペアとそうでないペアが生じる可能性も考えられる。数学の授業のための座席を考えたり，4 人グループで行ったりすることも検討していく必要があると考える。

関数の力の育成については，小学校から指導が進められている。中学校では，小学校における指導をさらに発展させ，関数についての理解を深めていく。関数に関する知識・技能を身に付け，関数的な見方・考え方を伸ばし，それらを活用して問題解決を図る能力を養うことが必要になってくる。問題解決学習を取り入れた関数指導の充実を図るとともに，関数の力を高めるための効果的なフィードバックについて，さらに研究することが必要であると考える。

引用文献

後藤 顕一（2013）．高等学校化学実験における自己評価の効果に関する研究―相互評価表を活用して―　理科教育学研究，*54*，13-26.

Hattie,J.（2009）．*Visible Learning: A Synthesis of Over 800 Meta-Analyses Relating to Achievement.* UK:Routledge.

（ハッティ,J.　山森 光陽（監訳）（2018）．教育の効果―メタ分析による学力に影響を与える要因の効果の可視化―　図書文化社）

平井 夏美・御園 真史（2016）．中学校数学科における効果的なふりかえりに関する検討　日本科学教育学会研究会研究報告，*31*，125-130.

鹿毛 雅治・奈須 正裕・藤岡 完治・森 敏昭・秋田 喜代美・戸田 有一（1997）．学ぶこと・教えること　金子書房

川上 公一（2010）．中学校数学科中 1 ギャップを撃退する指導のアイデア 36　明治図書

古賀 弘行・村上 暢崇（2014）．小学校算数における，これからの ICT 活用　Rimse，*9*，6-10.

国立教育政策研究所（2014）．PISA2012 年協同問題解決能力調査―国際結果の概要―

国立教育政策研究所（2017）．平成 29 年度全国学力・学習状況調査報告書

文部科学省（2014）．学びのイノベーション事業 実証研究報告書

文部科学省（2017）．中学校学習指導要領解説数学編

中原 忠男（1999）．構成的アプローチによる算数の新しい学習づくり―生きる力を育む算数の学習を求めて―　東洋館出版社

奥村 好美・宮田 佳緒里（2017）．パフォーマンス評価におけるフィードバックのあり方に関する一考察―中学校社会科の実践に焦点を合わせて―　兵庫教育大学研究紀要，*51*，119-128.

重松 敬一・吉田 明史・小島 源一郎（2008）．算数・数学教育における問題解決学習の研究（11）―思考の手助けとしての ICT 活用―　奈良教育大学教育実践総合センター研究紀要，*17*，305-313.

玉置 崇（2012）．中学校数学科授業成功の極意　明治図書

東京都中学校数学教育研究会研究部関数委員会（2012）．関数指導を極める　明治図書

楳木 敏之（2013）．中学校数学科思考力・表現力を伸ばすノート指導の工夫 52　明治図書

山森 光陽（2017）．日本における評価結果の戻しの研究知見（1）　指導と評価，*63*（8），51-53.

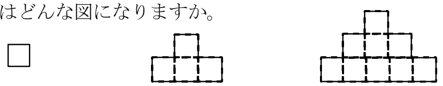
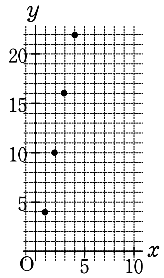
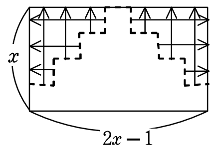
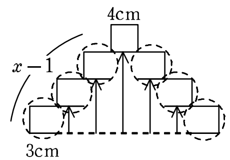
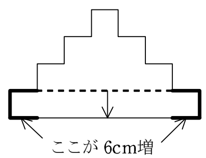
四日市市教育委員会（2017）．問題解決能力向上のための授業づくりガイドブック 2

□■■中学校　数学　第２学年■■□
「正方形の積み上げ問題」

○　**本時の目標**

・関数の考え方を用い，法則や規則性を見いだして問題を解決する。

○　**指導の流れ**

問題解決のプロセス＆学習活動	指導上の留意点等
第１プロセス　問題の理解 ●問題の前半を把握する。 1 辺の長さが 1cm の正方形を，図のように，1 段，2 段，3 段，…と積んでいきます。 4 段目はどんな図になりますか。  1 段　　2 段　　3 段　　…	
・4 段目の図をかき，規則性を確認する。	・生徒を指名して黒板に図をかかせ，図が正しいかどうかを全体に確認させる。
●段数に伴って何が変わるか考える。 <予想される生徒の意見> ・正方形の数，面積，辺の数，周の長さ，頂点の数，階段の底辺の長さ，階段の高さ，直角の数　など	・できるだけ多くの変量を発表させる。 ・段数と周の長さの関係に着目させ，次の問題につなげる。
●めあてを確認する。 段数と周の長さの関係を調べよう。 ●問題の後半を把握する。 [問題 1] 10 段のときの周の長さを求めなさい。	
第2プロセス　問題の特徴づけと表現 ●段数と周の長さの関係について調べる。 ・1 段，2 段の周の長さについては，何 cm になるか確認する。	・周の長さとは，どの部分の長さであるかを，図を使って全体で確認する。 ・解決する方法の見通しをもつことができていない生徒には，図や表をかくように助言する。
第3プロセス　問題の解決 [解法①…表] 段数(段)　$1 \xrightarrow{+1} 2 \xrightarrow{+1} 3 \xrightarrow{+1} 4 \;\cdots \xrightarrow{+6} 10$ 周の長さ(cm)　$4 \xrightarrow{+6} 10 \xrightarrow{+6} 16 \xrightarrow{+6} 22 \;\cdots \xrightarrow{+36} 58$ (答) 58cm	・表をつくることができた生徒には，段数を x 段，周の長さを y cm として，x と y の関係を表す式を考えさせる。
[解法②…グラフ] ・点の並びから一次関数とみなすことができる。 グラフの式は $y = 6x - 2$ $x = 10$ を代入して $y = 58$ (答) 58cm 	・点の並び方から，周の長さは段数の一次関数とみなせることに気づかせることで，立式につなげる。
[解法③…式] ・x 段のときの周の長さを y cm とする。1 段増えると周の長さは 6cm ずつ増えるから，$y = 6x + b$。この式に $x = 1$，$y = 4$ を代入し $b = -2$ となる。 よって，$y = 6x - 2$ である。 10 段の周の長さは，$6 \times 10 - 2 = 58$　(答) 58cm	
図を使った求め方で，以下のように考えている生徒がいたら，取り上げる。 [解法④…図] (Ⅰ) 辺を移動し，長方形をつくって考える。 10＋10＋19＋19＝58 (答) 58cm 	・考え方の工夫を紹介する。 ・一般的に考えることで，x 段の周の長さを，x を使って表すことができる。 (Ⅰ) 縦 x cm，横 $(2x - 1)$cm の長方形の周の長さと考えて， $2x + 2(2x - 1) = 6x - 2$
(Ⅱ) 底辺の中央部分を移動して考える。 3×(10－1)×2＋4＝58 (答) 58cm 	(Ⅱ) コの字が $2(x - 1)$個と頂上の正方形が 1 個と考えて， $3 \times 2(x - 1) + 4 = 6x - 2$
第4プロセス　解決方法の共有 ●求め方を発表する。 ●　$y = 6x - 2$ の「6」の意味を考える。 (予想される生徒の意見) ・表で x が 1 増加したとき，y が 6 増加しているという意味である。 ・図でいうと，一番下の段のとび出た部分で 6 増えていること。 	・表と図の関係を取り上げ，別々に説明したものを関連付けて説明する。

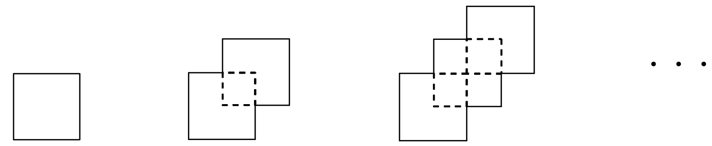
【資料 1】

●問題２を考える。 45 段のときの周の長さを求めなさい。	・表や式や図を使って，変化の規則性を見いだすことで，問題を解決することができることを確認する。
●問題３を考える。 周の長さが 598cm になるのは，何段のときですか。	・周の長さから段数を求められることに気づかせる。
第5プロセス　問題の熟考と発展 ●小テストに取り組む。	・小テストに取り組ませることで，自ら解決できる力を身に付けさせる。

＜参考文献＞関数指導を極める　明治図書　東京都中学校数学教育研究会研究部関数委員会編著

小テスト【利①】　（　　　）組（　　　）番　名前（　　　　　　　　　　　　　　　　）

1　１辺が 2cm の正方形の折り紙を，図のように対角線の交点に折り紙の角がくるようにつぎつぎと重ねて並べていく。



１枚　　２枚　　３枚

(1)　折り紙の枚数を x 枚，周りの長さを y cm とするとき，x と y の関係を表す式を求めなさい。（周りの長さとは，図の実線部分の長さのことである。）

＜考え方＞

式＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(2)　折り紙が 12 枚のときの周りの長さを求めなさい。

＜考え方＞

（答）＿＿＿＿＿＿＿＿＿ cm

□■■中学校　数学　第２学年■■□
「竿ばかりの実験」

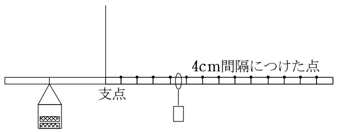
○　**本時の目標**

・竿ばかりを使った実験を通して，10 円玉の枚数と支点からの距離の関係を式に表すことができる。
・式を用いて，問題を解決することができる。

○　**準備物**

竿ばかり，10 円玉，消しゴム

○　**指導の流れ**

問題解決のプロセス＆学習活動	指導上の留意点等
第１プロセス　問題の理解 ●竿ばかりを使った実験をする。 ・容器に 10 円玉を 1 枚入れて，重りが支点から何 cm の距離でつり合うか予想する。	・1 枚入れたときの実験を教師が行い，何 cm のところでつり合うか予想させ，興味を持たせる。
第２プロセス　問題の特徴づけと表現 ●めあて ［10 円玉の枚数を変えて，重りがつり合う距離を調べよう。］	
●教師が行う実験を見ながら，結果を記入する。	

10 円玉の枚数(枚)	1	2	3	4	5	…
支点からの距離(cm)						

問題解決のプロセス＆学習活動	指導上の留意点等
●問題を把握する。 ［10 円玉の枚数が 8 枚，0 枚のとき，支点からの距離を求めよう。］	
第３プロセス　問題の解決 ●10 円玉の枚数を x 枚，支点からの距離を y cm として考える。	・表，式，グラフのどの考え方を使ってもよい。 ・表をつくって求められた生徒には，x と y の関係を表す式を考えさせる。

・x が 1 増えると y は 7 増えることから，対応表をつくる。

	−1	1	1	1	1	1	1	1	
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	−2	5	12	19	26	33	40	47	54
	−7	7	7	7	7	7	7	7	

8 枚…54cm，0 枚…−2cm

・対応表から，x と y の関係を式に表し，$x = 8$，$x = 0$のときのy の値を求める。

x	1	2	3	4	5	…
y	5	12	19	26	33	…

x が 1 増えるとy は 7 ずつ増えるから，変化の割合は 7

$y = 7x + b$

$x = 1$，$y = 5$ を代入して

$5 = 7 \times 1 + b$

$b = -2$

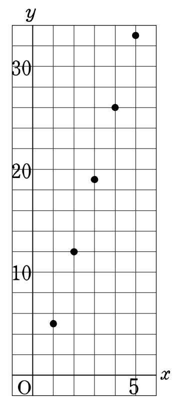
$y = 7x - 2$

この式に$x = 8$を代入して　$y = 54$

$x = 0$のとき　$y = -2$

8 枚…54cm，0 枚…−2cm

・x と y の値の組を座標とする点をとると，ほぼ一直線上に並んでいるので，y は x の一次関数とみることができる。



問題解決のプロセス＆学習活動	指導上の留意点等
・−2cm だと，容器も重りも支点より左側にきて，つり合わないのではないか。	・つり合わないという意見がなくなってしまわないように，机間指導で生徒の考えを把握しておく。
第４プロセス　解決方法の共有 ●班で答えを交流する。考え方や解き方を説明し合う。	・x と y の関係を式に表すことで，10 円玉の枚数がわかれば，支点からの距離を求めることができることに気づかせる。
●教師の実験を見て，確認する。	・つり合わないと考えた生徒には，実験を通して納得させる。
●さらに問題を考える。 ［重りが，支点から 75cm のところでつり合っているとき，容器の中にある 10 円玉の枚数を求めなさい。］	・支点からの距離がわかれば，10 円玉の枚数を求めることができることを確認する。 ・式を利用するよさを実感させる。
第５プロセス　問題の熟考と発展 ●小テストに取り組む。	・小テストに取り組ませることで，自ら解決できる力を身に付けさせる。

＜参考資料＞　数学教育協議会　第 66 回全国研究大会　中学校 関数　小林俊道

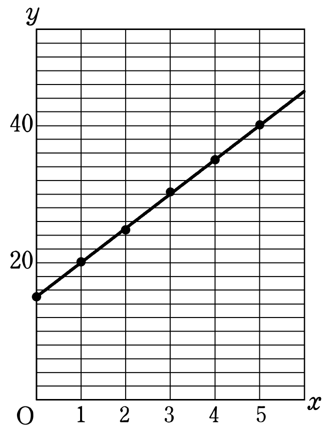
【資料 2】

小テスト【利②】　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）

1　水を熱する実験で，水を熱し始めてから x 分後の水温を y ℃とすると，x と y の関係は下の表のようになった。

x	0	1	2	3	4	5
y	15.0	20.1	24.8	30.3	35.0	40.1

表の x，y の値の組を座標とする点を，右の図にかき入れると，それらの点は，ほぼ1つの直線上に並ぶことから，y は x の一次関数であるとみなすことができる。



かき入れた点は，2 点（0，15），（4，35）を通る直線上にあると考え，次の問いに答えなさい。

（1）直線の式を求めなさい。

（2）水温が 70℃になるのは，熱し始めてから何分後か予想しなさい。

<考え方>

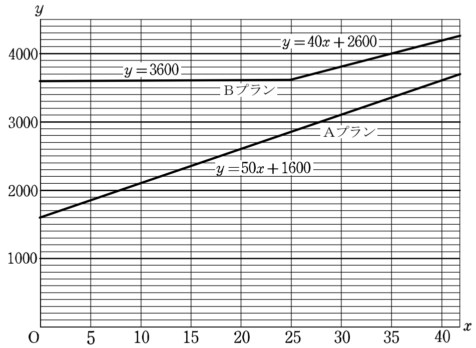
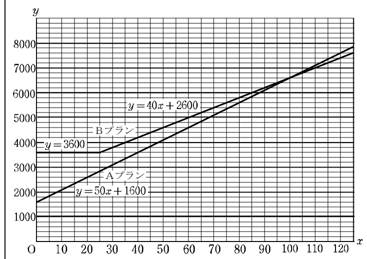
およそ　　　　　分後

□■■中学校　数学　第２学年■■□
「携帯電話の料金プラン」

○　本時の目標

・通話時間と料金の関係が一次関数とみなすことができる。
・見いだした一次関数を，式やグラフなどに表し，問題を解決することができる。

○　指導の流れ

問題解決のプロセス＆学習活動	指導上の留意点等
第１プロセス　問題の理解 ●問題を把握する。 井上先生は携帯電話の契約内容をＡプランからＢプランへ変えようと考えています。そこで，あなたは井上先生にどちらがお得なのか，教えてあげようと思い，Ａプランと Ｂプランを調べたところ，次のことがわかりました。 Ａプラン・・・基本料金 1600 円　１分あたりの通話料 50 円 Ｂプラン・・・基本料金 3600 円　通話時間 25 分をこえると，１分あたりの通話料 40 円	
第2プロセス　問題の特徴づけと表現 ●どちらのプランがお得か，予想を立てる。 ＜予想される生徒の意見＞ ・基本料金が安いから，Ａプランの方がお得だと思う。 ・無料通話料がついているから，Ｂプランかな。 ・２つのプランを同じ通話時間の料金で比べたい。 ●めあて どちらのプランがお得なのか，井上先生に教えてあげよう。 ●表，グラフ，式のどの方法で考えるか見通しを立てる。 ＜予想される生徒の意見＞ ・表を使って考えると，料金が等しくなる通話時間がわかる。 ・式を使って考えると，一次関数であることがわかる。 ・通話時間がわかれば，それぞれのプランでの料金が計算で求められ，比較することができる。 ・グラフを使って考えると，通話時間によって，どちらのプランが安くなるかが見てわかる。	・料金システムについて確認する。 １か月の料金＝基本料金＋通話料金 ・生徒から１分未満の時間の扱いについて質問が出たら，分単位で考えることを伝える。 ・得だと思うプランを挙手で確認する。 ・何人かに理由を聞き，関心を持たせる。
第3プロセス　問題の解決 ●どのようなときに，どちらのプランがお得かの説明を考える。 【グラフを使った解答例】  Ａプラン：$y=50x+1600$　・・・① Ｂプラン：$y=3600$（$0\leqq x\leqq 25$） $y=40x+2600$（$25\leqq x$）　・・・② ①，②より， $50x+1600=40x+2600$ これを解いて， $x=100$（分）　（100 分は１時間 40 分） よって， 通話時間が短いうちはＡプランの方が安いが，１時間 40 分を超えるとＢプランの方が安くなる。	・個人で考えさせたあと，グループで考えさせる。 ・表で考えた生徒には，グラフでも考えてみるように促す。 ・式を考えるときは，変域についても考えるように促す。 ・通話時間を x 分，料金を y 円として，考えさせる。 ・$25\leqq x$ において，２直線は交わるかどうかを問い，理由も考えさせる。  ・グラフの交点は，連立方程式を解いて求めることができることを確認する。 ・グラフの交点が，料金が等しくなるときであることに気づかせる。 ・通話時間によって，お得になるプランが違うことをおさえる。
第4プロセス　解決方法の共有 ●考えた説明を発表する。	・身近なところに一次関数が利用されるよさに気づかせる。
第5プロセス　問題の熟考と発展 ●小テストに取り組む。	・小テストに取り組ませることで，自ら解決できる力を身に付けさせる。

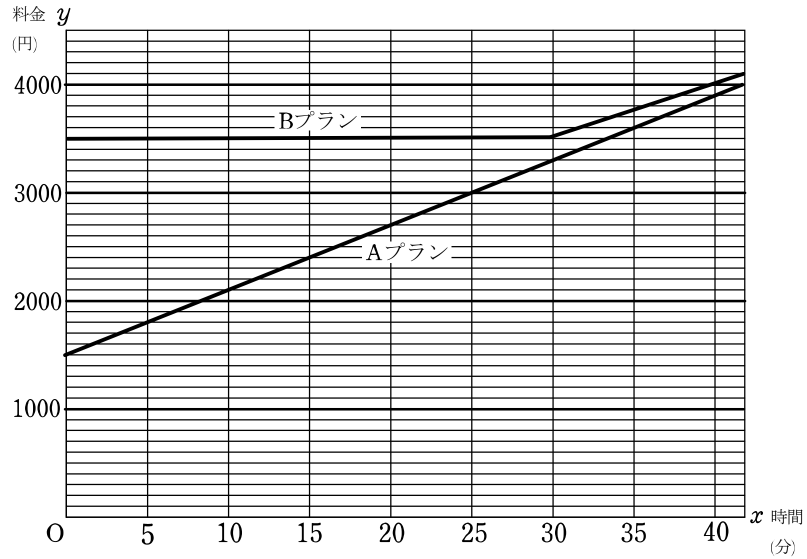
【資料 3】

小テスト【利③】　（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）

$\boxed{1}$　次のような携帯電話の料金プランがあります。

Aプラン	Bプラン
基本料金　　1500円 通話料　1分につき60円	基本料金　　3500円 通話料　30分間無料 　　　　30分を超えると1分につき50円

下の図は，通話時間をx分，料金をy円として，Aプラン，Bプランのグラフをそれぞれかいたものである。



A，Bプランで料金が同じになるときの通話時間を求めなさい。

<考え方>

（答）

□■■中学校　数学　第２学年■■□
「動点問題」

○　本時の目標

・x 秒後の△APD の面積を y cm² とするとき，x と y の関係を式やグラフに表すことで，問題を解決することができる。

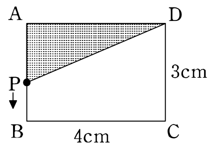
○　指導の流れ

問題解決のプロセス＆学習活動	指導上の留意点等

第１プロセス　問題の理解

●問題を把握する。

[前半]右の図のような長方形 ABCD の周上を，点 P は，毎秒 1cm の速さで，A から B，C を通って D まで動きます。



●点 P が長方形の辺上を動くことによって，ともなって変わる量は何かを考える。
＜予想される生徒の意見＞
AP の長さ，△APD の面積，DP の長さ，
∠APD の大きさ，∠ADP の大きさ　など

・前半部分の問題を提示し，ICT 機器を使って，動的に見せる。
・点 P の動きによって，△APD の面積が，増加，一定，減少と変化していることに気づかせる。

第2プロセス　問題の特徴づけと表現

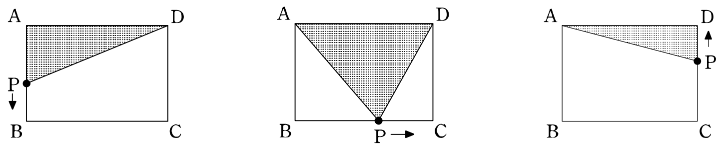
●めあて

点 P が A を出発してから x 秒後の△APD の面積を y cm² として，x と y の関係を式に表そう。

・面積の変化の様子は，3 つの場合に分けて考えるとよいことに気づかせる。

●△APD の面積の様子は，3 つの場合に分けて考える。

（ア）点 P が辺 AB 上を動くとき　（イ）点 P が辺 BC 上を動くとき　（ウ）点 P が辺 CD 上を動くとき



第3プロセス　問題の解決

●x 秒後の△APD の面積を y cm² として，x と y の関係を調べる。

・x の変域についても考えるように促す。

【式】

（ア）△APD＝AP×AD×$\frac{1}{2}$

$y = x \times 4 \times \frac{1}{2}$

$y = 2x$（$0 \leqq x \leqq 3$）

（イ）△APD＝AD×AB×$\frac{1}{2}$

$y = 4 \times 3 \times \frac{1}{2}$

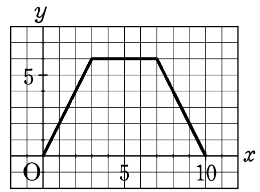
$y = 6$（$3 \leqq x \leqq 7$）

（ウ）△APD＝AD×PD×$\frac{1}{2}$

$y = 4 \times (10 - x) \times \frac{1}{2}$

$y = -2x + 20$（$7 \leqq x \leqq 10$）

【グラフ】



第4プロセス　解決方法の共有

●△APD の面積の変化の様子を発表する。

・（ウ）の場合については，複数の生徒に発表させ，理解を深めさせる。

●問題を考える。

△APD の面積が 4cm² となるのは，点 P が A を出発してから何秒後か求めなさい。

・x と y の関係を式に表したり，グラフに表したりすることで，△APD の面積が 4cm² となる時間が求められることに気づかせる。

第5プロセス　問題の熟考と発展

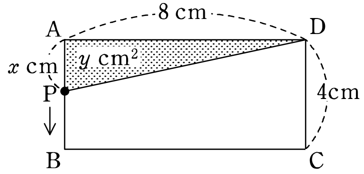
●小テストに取り組む。

・小テストに取り組ませることで，自ら解決できる力を身に付けさせる。

【資料４】

小テスト【利④】　（　　　）組（　　　）番　名前（　　　　　　　　　　　　　　）

1　右の図の長方形 ABCD で，点 P は A を出発して，辺上を B，C を通って D まで動きます。点 P が A から x cm 動いたときの△APD の面積を y cm² とします。



(1) 点 P から次の辺上を動くとき， x の変域を求め， y を x の式で表しなさい。

① 辺 AB

変域＿＿＿＿＿＿＿＿　式＿＿＿＿＿＿＿＿

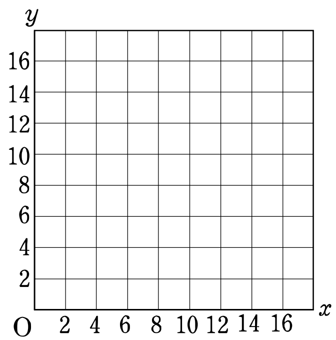
② 辺 BC

変域＿＿＿＿＿＿＿＿　式＿＿＿＿＿＿＿＿

③ 辺 CD

変域＿＿＿＿＿＿＿＿　式＿＿＿＿＿＿＿＿

(2) 点 P が辺 AB，BC，CD 上を動くときの，△APD の面積の変化のようすを表すグラフを，下の図にかき入れなさい。



(3) △APD の面積が 10cm² となるのは，点 P が何 cm 動いたときか答えなさい。

<考え方>

（答）＿＿＿＿＿＿＿＿

比例・反比例の復習

（　　　）組（　　　）番　名前（　　　　　　　　　　　　）

1　次のうち，y が x の関数であるものはどれですか。すべて選んで記号で答えなさい。

（ア）1 冊 80 円のノートを x 冊買ったときの代金 y 円

（イ）周の長さが x cm の長方形の面積 y cm²

（ウ）気温 x ℃のときの降水量 y mm

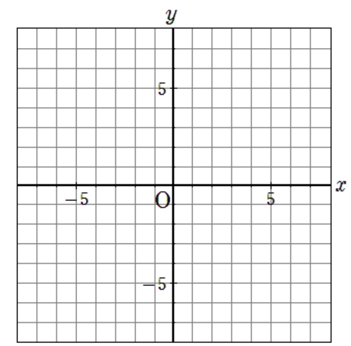
（エ）30 L はいる容器に毎分 x Lの割合で水を入れていくと，y 分でいっぱいになる。

2　線香を燃やす実験で，火をつけてからの時間と燃えた長さの関係は，次の表のようになりました。火をつけてからの時間を x 分，燃えた長さを y mmとして，x と y の関係を式に表しなさい。

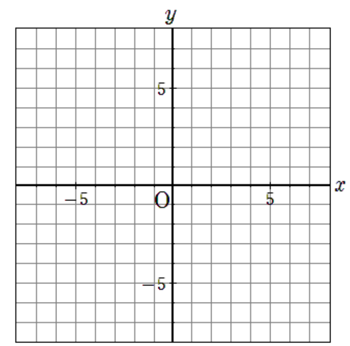
時間（分）	0	1	2	3	4	5	6	7
燃えた長さ（mm）	0	3	6	9	12	15	18	21

3　次の関数のグラフをかきなさい。

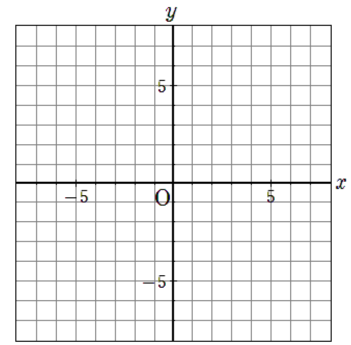
（1）$y=4x$



（2）$y=-\frac{2}{3}x$



（3）$y=\frac{8}{x}$

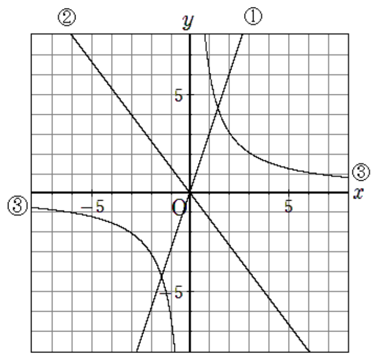


4　次の x と y の関係を式に表しなさい。

（1）y は x に比例し，$x=5$ のとき $y=10$ である。

（2）y は x に反比例し，$x=-6$ のとき $y=8$ である。

5　下の①，②，③のグラフの式をそれぞれ求めなさい。



①

②

③

一次関数の復習

(　　　)組(　　　)番　名前(　　　　　　　　　　　　　　)

1　次のうち，y が x の一次関数であるものはどれですか。
すべて選んで記号で答えなさい。

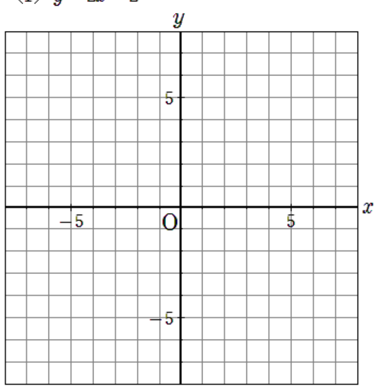
（ア）1 辺が x cmの正方形の周の長さ y cm
（イ）x 歳の子どもの身長 y cm
（ウ）1 冊 120 円のノート x 冊と 200 円のボールペンを 1 本買ったときの代金の合計 y 円
（エ）面積 20 cm² の平行四辺形の底辺の長さ x cm と高さ y cm

2　6 cmの高さまで水がはいった水そうに，1 分間に 3 cm の割合で水を入れます。水そうに水を入れはじめてからの時間 x 分と，底から水面までの高さ y cmの関係は，次の表のようになります。x と y の関係を式に表しなさい。

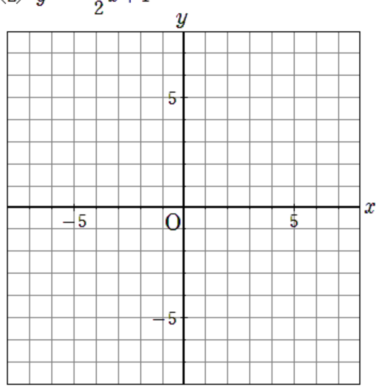
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8
y	6	9	12	15	18	21	24	27	30

3　次の一次関数のグラフをかきなさい。

（1）$y = 2x - 2$

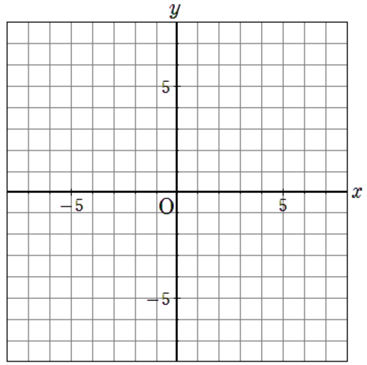


（2）$y = -\frac{3}{2}x + 1$



4　次の方程式のグラフをかきなさい。

$3x - 4y = 12$

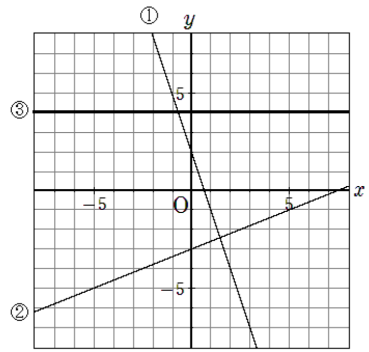


5　次の直線の式を，それぞれ求めなさい。

（1）傾きが -2 で，点 $(3, 5)$ を通る直線

（2）2点 $(-2, -3)$，$(2, -5)$ を通る直線

6　下の①，②，③のグラフの式をそれぞれ求めなさい。



①

②

③

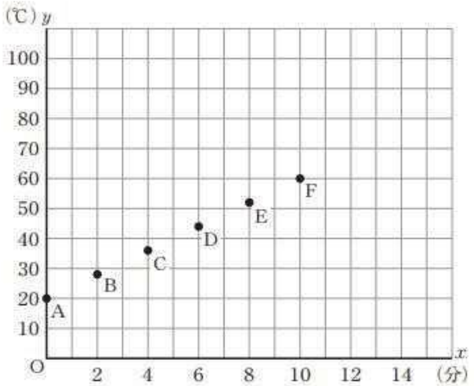
２年（　　）組（　　）番　名前（　　　　　　　　　　）

1　太一さんは，水を熱したときの水温の変化を調べました。そして，水を熱した時間と水温について下の表のようにまとめ，x 分後の水温を y ℃として，グラフに表しました。

調べた結果

水を熱した時間と水温

熱した時間 x（分）	0	2	4	6	8	10
水温 y（℃）	20.0	28.2	36.1	44.2	52.0	60.0



次の（1）から（3）までの各問いに答えなさい。

（1）水温は，熱し始めてから 10 分間で何℃上がりましたか。10 分間で上がった温度を求めなさい。

℃

（2）太一さんは，水温が 80℃になるまでにかかる時間を求めるために，調べた結果のグラフにおいて，水を熱した時間と水温の関係を表す点 A から点 F までのすべての点が一直線上にあると考えることにしました。

このとき，水温が 80℃になるまでにかかる時間を求める方法を説明しなさい。ただし，実際に時間を求める必要はありません。

41

（3）（2）では，水を熱し始めてから x 分後の水温 y ℃について調べました。そこでは，2 つの数量 x，y の値の組を調べ，それらの関係を表す点がグラフ上で一直線上にあると考えました。これと同じように考えて求められるものが，下の**ア**から**エ**までの中にあります。正しいものを 1 つ選び，記号に○をつけなさい。

ア

標高と気温

求めるもの
富士山のふもとにある河口湖観測所（標高 860 m）の気温が 23.3 ℃のときの富士山６合目（標高 2500 m）の気温

知られていること
ある地域の気温 y ℃は，地上から 1 万 m ぐらいまでは，高さ x m が高くなるのにともなって，100 m ごとに約 0.6 ℃下がる。

イ

速さと時間

求めるもの
家から 2100 m 離れた図書館まで分速 70 m で移動するときにかかる時間

知られていること
ある道のりを分速 x m で y 分間移動するとき，x と y の積は一定である。

ウ

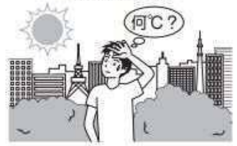
重さと料金

求めるもの
送りたい郵便物の重さが 90 g のときの料金

知られていること
重さ x g の定形外郵便物の料金 y 円は，50 g までが 120 円，100 g までが 140 円のように，重さによって決められている。

エ

時刻と気温



求めるもの
日の出の気温が 10 ℃だった日の 15 時の気温

知られていること
晴れの日，日の出から x 時間後の気温 y ℃は，日の出から 14 時ごろまでほぼ上がり続け，その後翌日の日の出までほぼ下がり続ける。

【資料 7】

【資料 8】

数学についてのアンケート　　　　　　　　　　　　2018 年　　　月　　　日　実施

2 年　　組　　番　名前＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

1．関数の学習は好きですか。
①思う　②どちらかといえば思う　③どちらかといえば思わない　④思わない

2．関数の学習は大切だと思いますか。
①思う　②どちらかといえば思う　③どちらかといえば思わない　④思わない

3．関数の授業内容はよく分かりますか。
①思う　②どちらかといえば思う　③どちらかといえば思わない　④思わない

4．関数の学習ができるようになりたいと思いますか。
①思う　②どちらかといえば思う　③どちらかといえば思わない　④思わない

5．いままでに習ってきた関数の問題を考えるとき，自分なりの見通しを持つことができましたか。
①思う　②どちらかといえば思う　③どちらかといえば思わない　④思わない

6．新しい関数の問題を解くとき，これまでに学習した内容を使うことができましたか。
①思う　②どちらかといえば思う　③どちらかといえば思わない　④思わない

7．友達と話し合ったり，教え合ったりすることができましたか。
①思う　②どちらかといえば思う　③どちらかといえば思わない　④思わない

8．図や表，グラフなどを使って考え，説明することができましたか。
①思う　②どちらかといえば思う　③どちらかといえば思わない　④思わない

9．友達の発表を聞いて，自分の考えを深めることができましたか。
①思う　②どちらかといえば思う　③どちらかといえば思わない　④思わない

10．関数の授業で学習したことは，将来，役に立つと思いますか。
①思う　②どちらかといえば思う　③どちらかといえば思わない　④思わない

11．関数の授業で学習したことを普段の生活の中で活用できないか考えることはありますか。
①思う　②どちらかといえば思う　③どちらかといえば思わない　④思わない

12．電子黒板や実物投影機などを使った関数の学習は，わかりやすいと思いますか。
①思う　②どちらかといえば思う　③どちらかといえば思わない　④思わない

13．電子黒板や実物投影機などを使った関数の授業をもっと受けてみたいと思いますか。
①思う　②どちらかといえば思う　③どちらかといえば思わない　④思わない

14．電子黒板や実物投影機などを使った関数の学習は，問題を解くための見通しを持つことに役立ちますか。
①思う　②どちらかといえば思う　③どちらかといえば思わない　④思わない

15．模型を使った関数の学習は，問題を解くための見通しを持つことに役立ちますか。
①思う　②どちらかといえば思う　③どちらかといえば思わない　④思わない

中学校数学科における問題解決能力向上のための授業づくりに関する研究
― フィードバックに重点をおいて ―

〔研究協力員〕	四日市市立内部中学校	教　　論	伊藤　徹哉
	四日市市立内部中学校	講　　師	伊藤　亜里紗
〔執　筆　者〕	四日市市教育委員会	長期研修員	山田　裕美
〔指導・助言〕	国立教育政策研究所	総括研究官	山森　光陽

研究調査報告　第408集

中学校数学科における問題解決能力向上のための授業づくりに関する研究
― フィードバックに重点をおいて ―

発　行　平成31年　3月　1日
発行所　四日市市教育委員会教育支援課
四日市市諏訪町２番２号
電話　（059）354－8149
FAX　（059）359－0280